

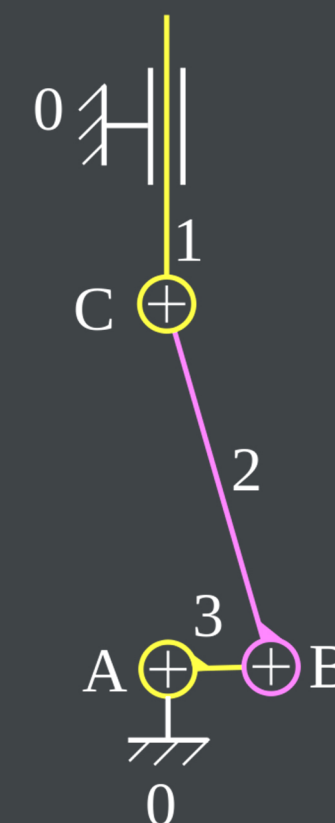
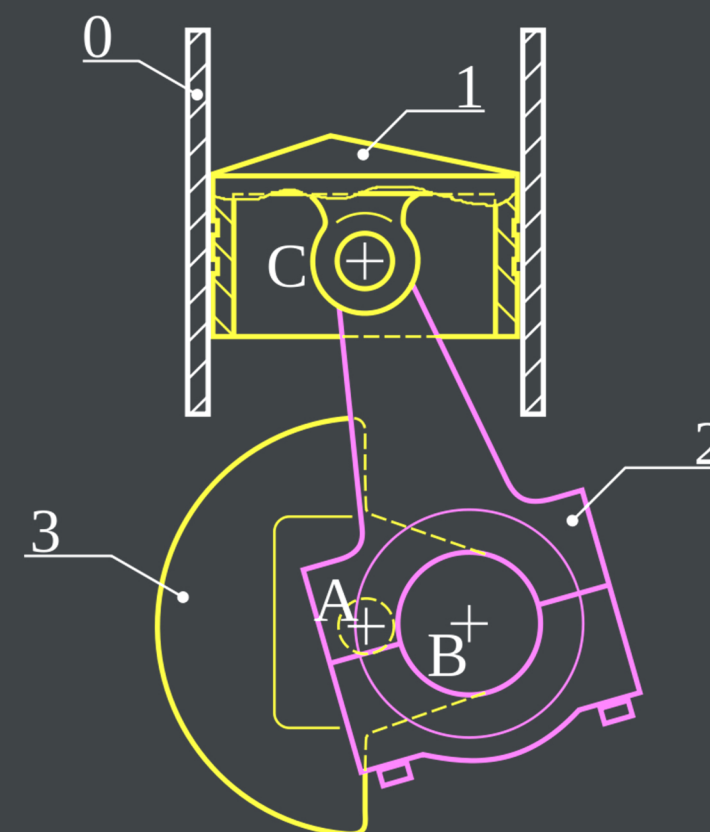


УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПОЉОПРИВРЕДНИ ФАКУЛТЕТ



ЗБИРКА ЗАДАТАКА ИЗ МЕХАНИЗАМА ПОЉОПРИВРЕДНИХ МАШИНА

Марко М. Костић и Радојка Глигорић





ЗБИРКА ЗАДАТАКА ИЗ МЕХАНИЗАМА ПОЉОПРИВРЕДНИХ МАШИНА

**Проф. др Марко Костић
Проф. др Радојка Глигорић**



**УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ПОЉОПРИВРЕДНИ ФАКУЛТЕТ**

Нови Сад, 2024.

ЕДИЦИЈА „ПОМОЋНИ УЏБЕНИК“

Оснивач и издавач Едиције:

*Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду
Трг Доситеја Обрадовића 8
21000 Нови Сад*

Година оснивања:

1954.

Главни и одговорни уредник Едиције:

*Др Недељко Тица, редовни професор,
декан Пољопривредног факултета Универзитета у Новом Саду*

Чланови Комисије за издавачку делатност:

*Др Бранислав Влаховић, редовни професор
Др Ивана Давидов, редовни професор
Др Дејан Беуковић, доцент
Др Ксенија Мачкић, ванредни професор*

CIP-Каталогизација у публикацији
Библиотеке Матице српске, Нови Сад

ISBN 978-86-7520-456-5

Аутори:

Др Марко Костић, ванредни професор, Пољопривредни факултет
Универзитета у Новом Саду
Др Радојка Глигорић, редовни професор, Пољопривредни факултет
Универзитета у Новом Саду

Главни и одговорни уредник:

Др Недељко Тица, редовни професор,
декан Пољопривредног факултета Универзитета у Новом Саду

Уредник:

Др Марко Костић, ванредни професор,
Др Радојка Глигорић, редовни професор,
Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду

Технички уредник:

Др Марко Костић, ванредни професор,
Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду

Израда цртежа и унос текста:

Др Марко Костић, ванредни професор,
Пољопривредни факултет Универзитета у Новом Саду

Рецензенти:

Др Миодраг Злоколица, професор емеритус
Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду

Др Маја Чавић, редовни професор,
Факултет техничких наука Универзитета у Новом Саду

Издавач:

Универзитет у Новом Саду, Пољопривредни факултет

Забрањено прештампавање и фотокопирање. Сва права задржава издавач.

Штампање одобрио:

Комисија за издавачку делатност
Пољопривредног факултета у Новом Саду

Тираж:

20

Место и година издавања:

Нови Сад, 2024. год.

ПРЕДГОВОР

Механизми се у сваком помену често везују само за механику односно машине. Заправо, све појаве којима смо окружени дешавају се по законитостима узрочно последичних релација између актера ма на ком нивоу се оне дешавале. Стога, разумевањем понашања и услова функционисања механизма механичких система, отварају се нови видици у тумачењу објективне реалности понашања било ког другог природног комплекса.

Збирка задатака из механизма пољопривредних машина је помоћни уџбеник, превенствено намењен студентима друге године Пољопривредног факултета, Универзитета у Новом Саду, студијског програма Пољопривредна техника и информациони системи. Садржај и обим збирке усклађен је са наставним планом и програмом предмета „Механизми пољопривредних машина“. Основни мотив за писање збирке је потреба да се комплетира уџбеничка литература за поменути предмет помоћу које ће студенти лакше моћи да усвајају знања и полажу испит. Целокупно градиво збирке прати садржај основног уџбеника „Механизми пољопривредних машина“ аутора Радојке Глигорић. Аутори су покушали да на логички повезан начин и што визуелније објасне проблематику и метод решавања задатака. На почетку сваког поглавља дата су сажета упутства о базним принципима и правилима која студенти морају познавати пре него што крену у решавање задатака. Поставке задатака су приказане на најједноставнији начин како би се олакшало разумевање методе долажења до решења.

Захваљујемо се рецензентима на детаљном прегледу грађе и датим сугестијама.

Аутори.

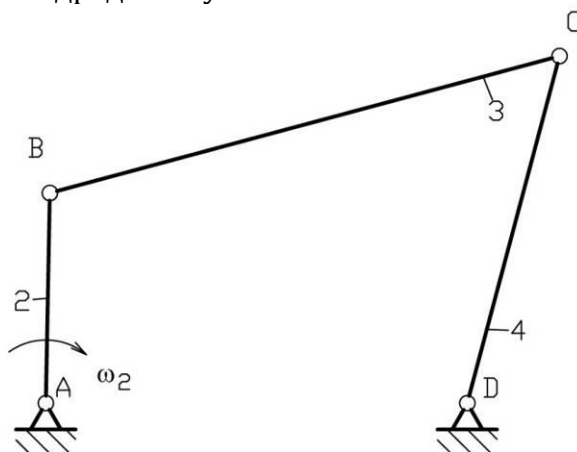
Садржај

1. Положаји и путање тачака механизма.....	1
2. Одређивање кинематичких параметара методом плана брзина и убрзања.....	7
3. Одређивање кинематичких параметара клизних парова методом проширења.....	32
4. Одређивање кинематичких параметара методом асуре.....	51
5. Одређивање погонске снаге	60
Метод кинетостатичких притисака	60
Метод редукованог механизма	67
6. Одређивање кинематичких параметара планетарних преносника.....	72
7. Уравнотежење ротора.....	93
8. Литература	116

1. Положаји и путање тачака механизма

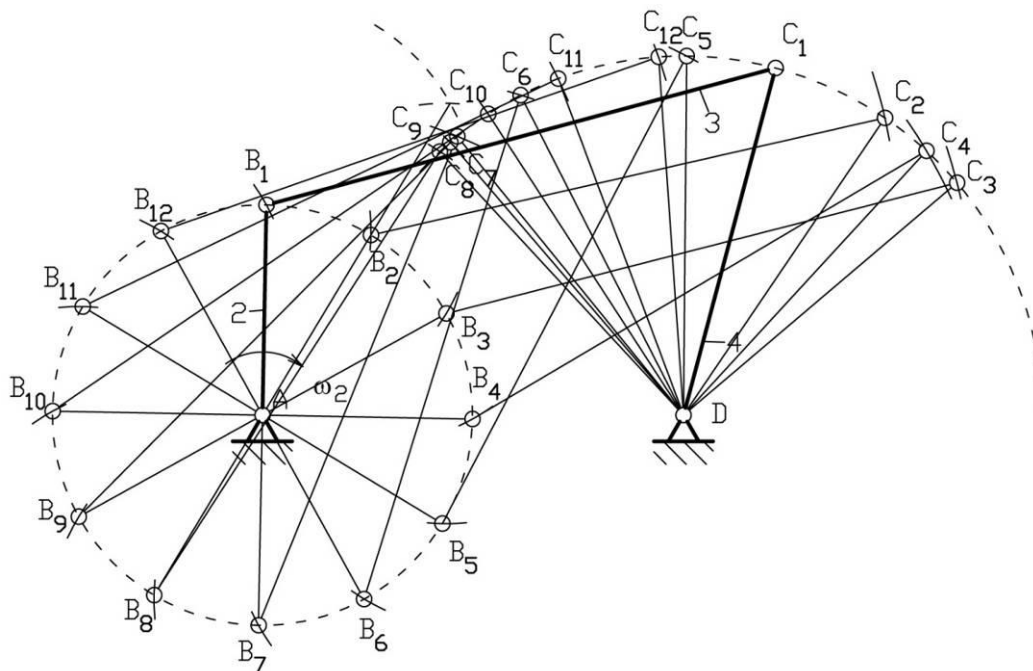
Задатак 1.1.

За приказани механизам одредити путање тачака.

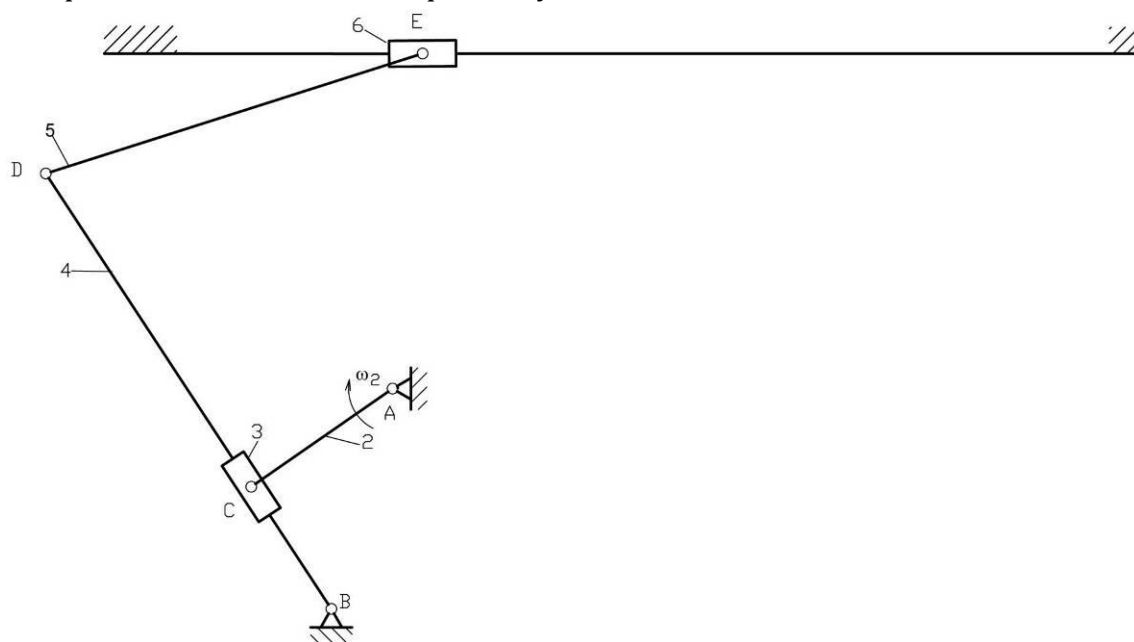


Решење задатка

На примеру једноставног четворополужног механизма, као и у случају сложених механизма, коришћењем шестара (или у рачунарском програму) опише се кружница око тачке А са полупречником $\overline{AB}$. Да би се добиле путање тачака неопходно је одредити положаје тачака механизма са одређеним помаком. Уколико се ради техником ручног цртања, усваја се да је довољно радни циклус поделити на 12 једнаких корака те се кружница око тачке А подели на 12 једнаких делова. Циљ је да се добије 12 тренутних положаја тачке В на погонском члану 2 који се обележе са В1 до В12. Првобитно се кружница подели на 6 једнаких делова уз помоћ шестара. Ако се узме растојање у дужини полупречника круга ($\overline{AB}$) и нанесе узастопно почевши од почетне тачке В на кружници, добиће се 6 једнаких исечака. Када се било који од њих подели на пола добија се $1/12$ дела пуног круга. Преношењем добијеног растојања на преостали део кружнице, добијају се положаји тачке В у 12 једнаких временских помака (од В1 до В12). Спајањем тачке А са тачкама В добијају се положаји члана 2. Следећи корак је описивање кружнице око тачке D са полупречником који одговара растојању $\overline{CD}$ с обзиром да тачка С ротира око тачке D. Након тога се из сваке тачке В пренесе растојање $\overline{BC}$ које је константне вредности, на кружницу око тачке D што ће дати нових 12 положаја тачке С. Спајањем тренутних положаја тачака за различите тренутке добијају се путање тачака. Када се реконструише механизам спајањем положаја карактеристичних тачака за дефинисани тренутак, добијају се положаји механизма као целине.

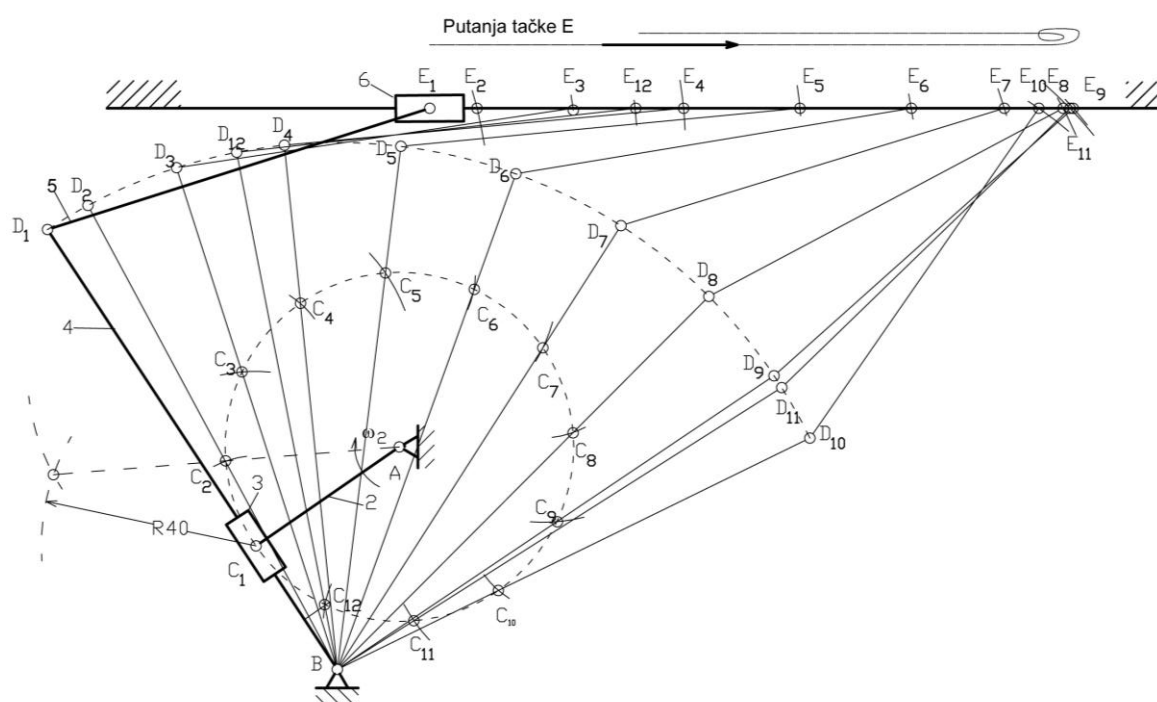
**Задатак 1.2.**

За приказани механизам нацртати путање назначених тачака.

**Решење задатка**

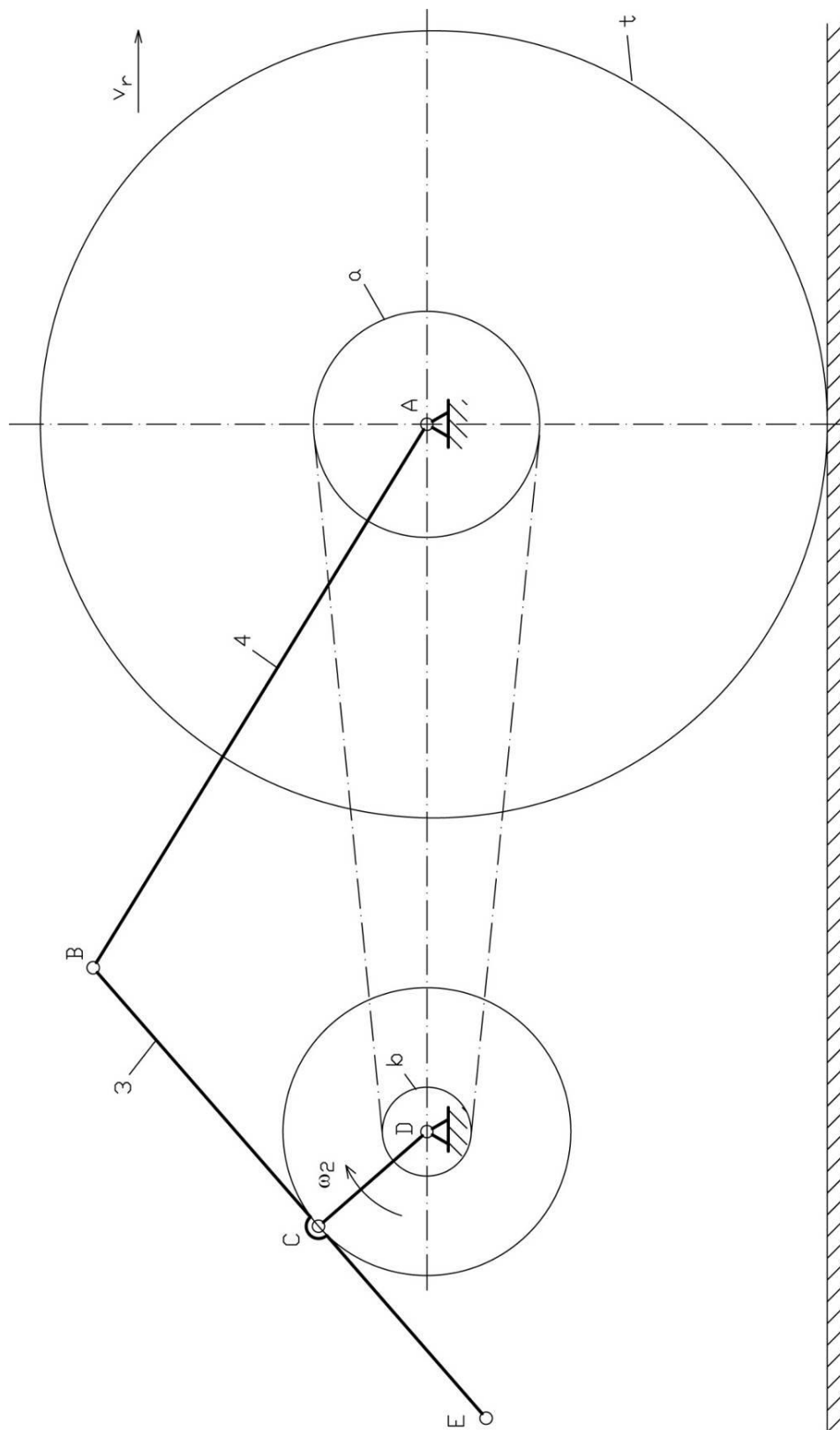
Први корак је цртање кружница (путања) оних тачака које имају кружно кретање око непокретних ослонаца. Прво се нацрта путања тачке С на погонском члану 2. Отвором шестара који одговара растојању $\overline{AC}$ опише се кружница. С обзиром на врсту међусобних веза саставних чланова, члан 4 односно тачка Д, имаће такође кружно кретање али са смањеним опсегом, те се црта лук око тачке ослонаца В чији полупречник одговара растојању $\overline{BD}$. Након тога, кружница (путања тачке С) се подели на једнак број делова. Најподесније је, уколико се ради шестаром, да се

кружница подели на 12 једнаких делова што ће дати довољан број тренутних позиција тачака на основу којих ће се дефинисати трајекторије за један цео циклус. Означе се тачке са $C_1, C_2, \dots, C_{12}$ које представљају тренутне положаје члана 2. Штап $\overline{BD}$ је права која има сталну дужину и да клиза кроз вођицу 3 у тачки C , спајањем праваца између тачке B и тачака C_1 до C_{12} добиће се положаји члана 4 односно тачке D . Члан 4 и члан 6 су повезани штапом 5, а с обзиром да је члан 6 клизач који иде по дефинисаном правцу (вођици) и да знамо положаје тачке D , преношењем дужина члана 5 $\overline{DE}$ на правац клизања члана 6, добијају се пресеци који представљају положаје тачке E_1 до E_{12} . На крају се повежу све добијене тачке тренутних положаја са одговарајућим тачкама које припадају истом члану како би се добили сви положаји механизма. Путање се добијају спајањем положаја истих тачака у различитим положајима.



Задатак 1.3.

За приказани механизам превртача сена одредити путању тачке Е при кретању. Познати подаци су: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$, $R_t = 0,32 \text{ m}$, $R_a = 0,09 \text{ m}$, $R_b = 0,09 \text{ m}$, $v_R = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



Решење задатка

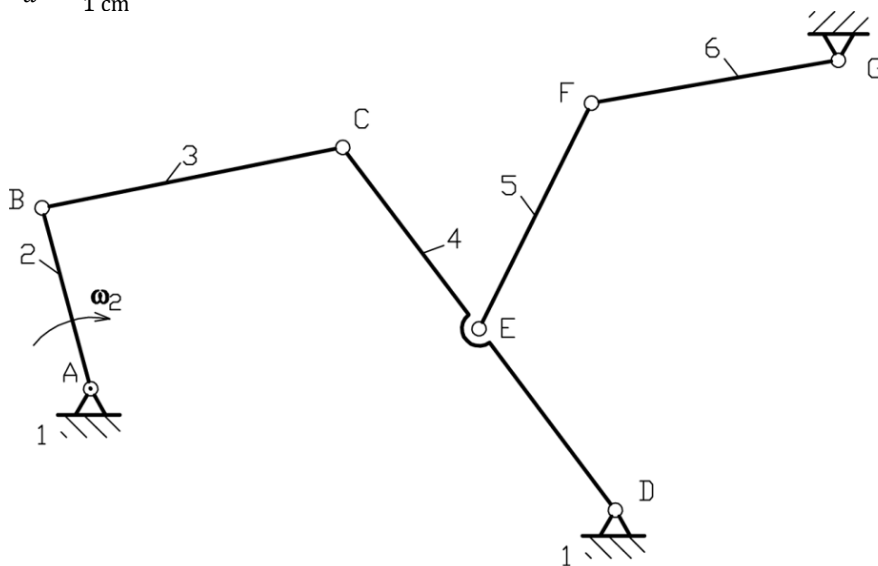
У овом задатку ће се одређивање путање тачке Е радити у две фазе. Прва фаза подразумева да се одреде путање тачака механизма за случај без трансляторног померања превртача сена, а након тога ће се положајима тачке Е додати компонента translације. Прва фаза ће се урадити као у претходним задацима. Прво ће се одредити положаји погонске тачке С која има путању по кружници полупречника $\overline{DC}$. Потом ће се иста кружница поделити на 12 једнаких делова. Након тога, одредиће се положаји тачака В и Е коришћењем познатих растојања тачака на истом члану и да је путања тачке Е део кружнице АВ. Резултат прве фазе је да ће путања тачке Е бити елипса. У другој фази се из сваке тачке Е повуче правац translације на којем ће се наносити помераји за одговарајуће временске интервале. Померај, као резултат кретања превртача сена одређује се на следећи начин.

Ако се зна да је полупречник погонског точка $R_t = 0,32 \text{ m}$ онда се на основу познате преносне брзине $v_r = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ може одредити угао брзина точка ω_t као $\omega_t = \frac{v_r}{R_t} = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,32 \text{ m}} = 9,375 \text{ s}^{-1}$. На основу преносног односа $i = \frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{R_b}{R_t} \Rightarrow \Rightarrow \omega_b = \frac{\omega_a \cdot R_a}{R_b} = \frac{9,375 \text{ s}^{-1} \cdot 0,09 \text{ m}}{0,03 \text{ m}} = 28,125 \text{ s}^{-1}$ јер је $\omega_a = \omega_t$. Да би се одредио пређени пут у правцу кретања за сваки положај тачке Е, неопходно је одредити временски интервал између сваког суседног положаја тачке. На основу познате угаоне брзине ланчаника б може се одредити време једног обрта тачке С као $t_c = \frac{\varphi_b}{\omega_b} = \frac{2\pi}{28,125 \text{ s}^{-1}} = 0,2235 \text{ s}$ јер је $\omega_2 = \omega_b$. С обзиром да је циклус подељен на 12 једнаких делова, време једног периода је $t'_c = \frac{t_c}{12} = 0,0186 \text{ s}$. Пређени пут у правцу кретања између суседних тачака за време једног периода се добија као $S' = v_r \cdot t' = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,0186 \text{ s} = 0,0558 \text{ m}$. Када се добије вредност пређеног пута за један период, могу се кориговати положаји тачке Е у односу на преносно кретање целокупног механизма. Ако се узме да је тачка Е₁ тренутни положај механизма, за сваки наредни период од t'_c тачка Е се трансляторно помера у правцу кретања за $N_{\text{perioda}} \cdot S'$. На овај начин се добија стварна путања тачке Е у току рада механизма и кретања превртача сена по праволинијском путу. Даљим кретањем превртача сена, путање тачке Е се понављају и надовезују.

2. Одређивање кинематичких параметара методом плана брзина и убрзања

Задатак 2.1.

Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми нацртаној у размери $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$. Погонски члан 2 се обрће једноликом угаоном брзином $\omega_2 = 15 \text{ s}^{-1}$. Одредити брзину тачке F, убрзање тачке E и угаону брзину и угаоно убрзање члана 4. Препоручене размере за цртање плана брзина и убрзања су $U_v = \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма:

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= 2,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}, \\ \overline{BC} &= 4,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 41 \text{ cm} = 0,41 \text{ m}, \\ \overline{CD} &= 6,05 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 60,5 \text{ cm} = 0,605 \text{ m}, \\ \overline{CE} &= 3,02 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 30,2 \text{ cm} = 0,302 \text{ m}, \\ \overline{ED} &= 3,02 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 30,2 \text{ cm} = 0,302 \text{ m}, \\ \overline{EF} &= 3,26 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 32,6 \text{ cm} = 0,326 \text{ m}, \\ \overline{FG} &= 3,34 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 33,4 \text{ cm} = 0,334 \text{ m}.\end{aligned}$$

Једначине за брзине:

$$\begin{aligned}v_B &= \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,25 \text{ m} \cdot 15 \text{ s}^{-1} = 3,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp BC, \\ \vec{v}_C &\perp CD, \\ \frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} &= \frac{\overline{P_{vC}}}{\overline{ce}} \Rightarrow \overline{ce} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{P_{vC}}}{\overline{CD}} = \frac{3,025 \text{ cm} \cdot 8,297 \text{ cm}}{6,05 \text{ cm}} = 4,15 \text{ cm}, \\ \vec{v}_F &= \vec{v}_E + \vec{v}_F^E, \vec{v}_F^E \perp FE,\end{aligned}$$

$$\vec{v}_F = \vec{v}_G + \vec{v}_F^G, \vec{v}_F^G \perp FG.$$

Интензитети брзина:

Размера за цртање плана брзина је $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 8,3 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 4,15 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_E = \overline{P_v e} \cdot U_v = 4,15 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,07 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_F = \overline{P_v f} \cdot U_v = 4,6 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_C^B = \overline{c b} \cdot U_v = 3,1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 1,55 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Угаона брзина члана 4 је

$$\omega_4 = \frac{v_C}{\overline{DC}} = \frac{4,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,605 \text{ m}} = 6,86 \text{ s}^{-1}.$$

Смер угаоне брзине и смер обимне брзине је исти.

Једначине за убрзања:

$$a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,25 \cdot 15^2 = 56,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ где је } \vec{a}_B // AB \text{ у смеру ка тачки А,}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B \Rightarrow a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{\overline{CB}} = \frac{1,55^2}{0,4} = 6,05 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ смер је од С ка В, } \vec{a}_C^B \perp CB,$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{Cn}^D + \vec{a}_{Ct}^D, a_{Cn}^D = \frac{(v_C^D)^2}{\overline{CD}} = \frac{4,15^2}{0,605} = 28,47 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \text{ смер је од тачке С ка Д } \vec{a}_C^D \perp CD,$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} = \frac{P_a c'}{c' e'} \Rightarrow c' e' = \frac{CE \cdot P_a c'}{CD} = \frac{0,302 \text{ m} \cdot 3,3 \text{ cm}}{0,605 \text{ m}} = 1,65 \text{ cm}.$$

Интензитети убрзања:

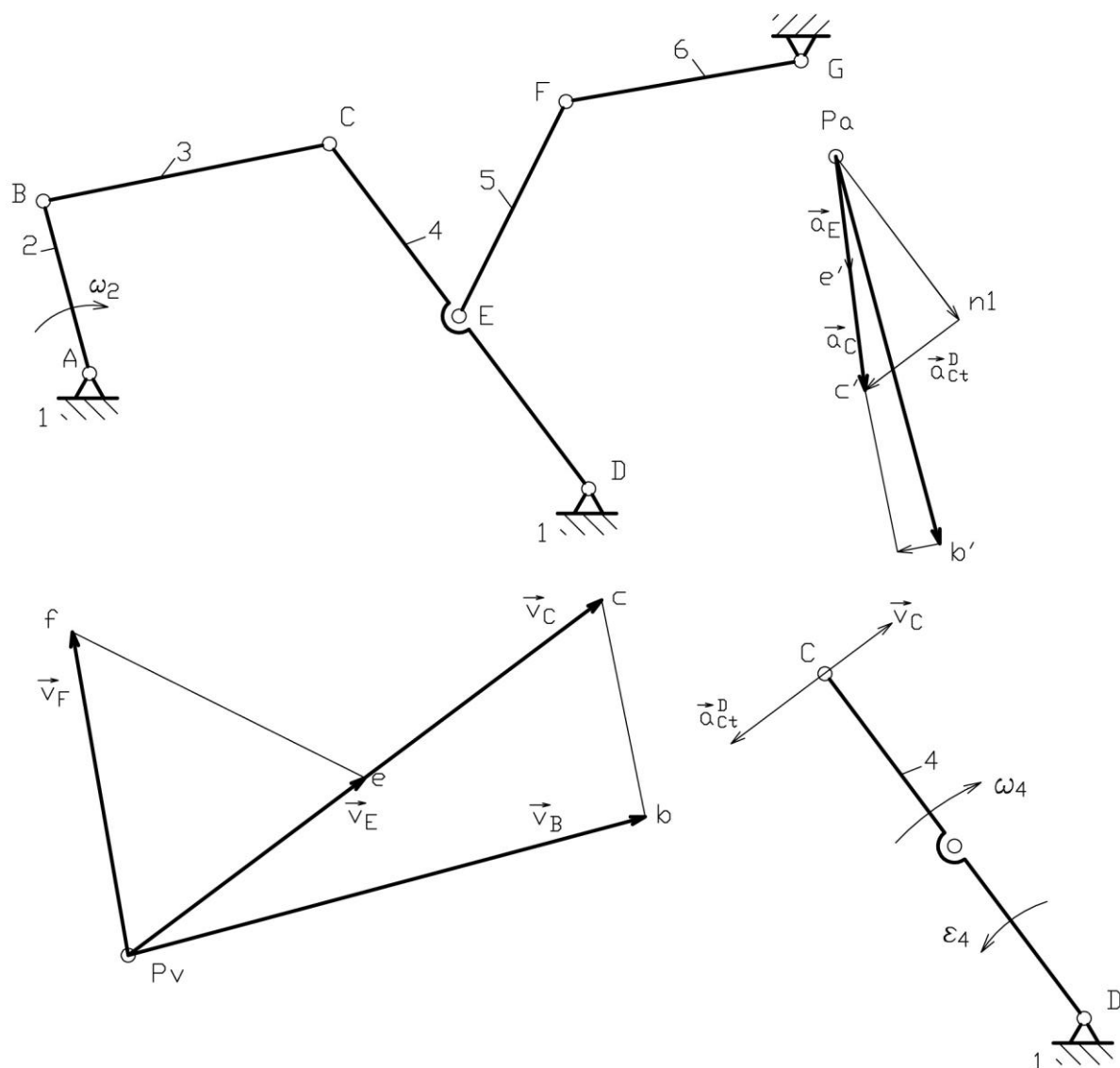
Размера за цртање плана брзина је $U_a = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ cm}}$, из којег су одређује интензитет убрзања тачке Е:

$$a_E = \overline{P_a e'} \cdot U_a = 1,653 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ cm}} = 16,53 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Угаоно убрзање члана 4:

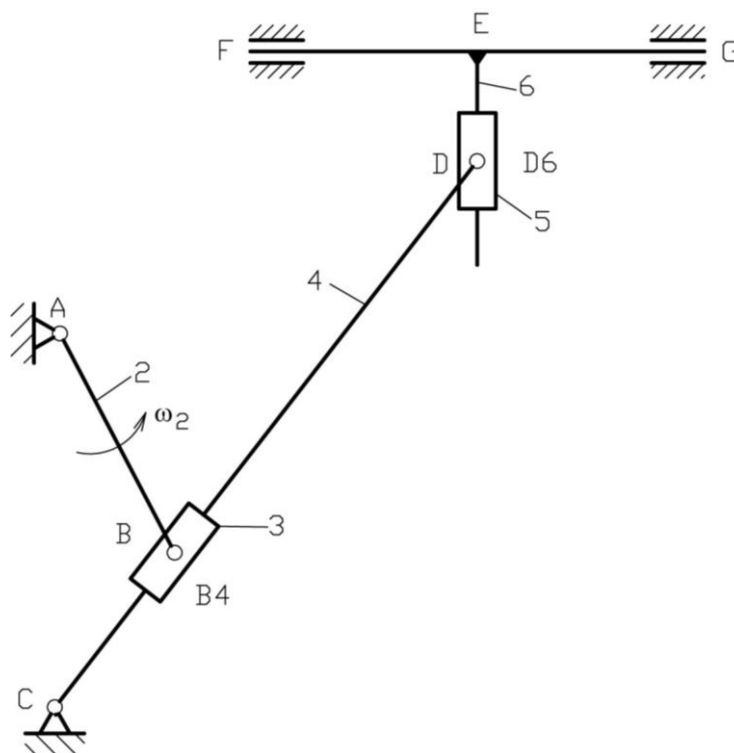
$$\varepsilon_4 = \frac{a_{Ct}^D}{\overline{CD}} = \frac{16,45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,6 \text{ m}} = 27,42 \text{ s}^{-2}, \text{ смер је у смеру тангенцијалног убрзања } a_{Ct}^D,$$

$$a_{Ct}^D = \overline{n_1 c'} \cdot U_a = 1,645 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ cm}} = 16,45 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$



Задатак 2.2.

За приказани механизам дато је: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$, $\varepsilon_2 = 0$. Одредити брзину и убрзање тачке Е, угаону брзину и угаоно убрзање члана 4. Препоручене размере су: $U_v = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \text{ m}}{0,5 \text{ cm}}$.

**Решење задатка**

Геометријски параметри механизма:

$$\overline{AB} = 3,27 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 32,7 \text{ cm} = 0,327 \text{ m},$$

$$\overline{BC} = 2,58 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 25,8 \text{ cm} = 0,258 \text{ m},$$

$$\overline{CD} = 9,12 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 91,2 \text{ cm} = 0,912 \text{ m},$$

$$\overline{BD} = 6,54 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 65,4 \text{ cm} = 0,654 \text{ m},$$

$$\overline{ED} = 1,44 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 14,4 \text{ cm} = 0,144 \text{ m}.$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,327 \text{ m} \cdot 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 6,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B, \vec{v}_{B4}^B // CD,$$

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_C + \vec{v}_{B4}^C, \vec{v}_{B4}^C \perp BC,$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{CB4}} = \frac{P_v d}{P_v b_4}, P_v d = \frac{\overline{CD} \cdot P_v b_4}{\overline{CB4}} = \frac{91,25 \text{ mm} \cdot 26 \text{ mm}}{25,84 \text{ mm}} = 82,26 \text{ mm},$$

$$\vec{v}_{D6} = \vec{v}_D + \vec{v}_{D6}^D, \vec{v}_{D6}^D // D6E,$$

$$\vec{v}_{D6} // FG,$$

$$\vec{v}_{D6} = \vec{v}_E.$$

Интензитет брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_D = \overline{P_v d} \cdot U_v = 9,4 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 9,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_E = \overline{P_v e} \cdot U_v = 7,4 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 7,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Интензитет угаоне брзине ω_4 је $\omega_4 = \frac{v_D}{DC} = \frac{9,4}{0,91} = 10,33 \text{ s}^{-1}$, а смер је у смеру брзине тачке D.

Једначине за убрзања

План убрзања се добија на основу једначина за убрзања користећи размену

$$U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}};$$

$$a_B = AB \cdot \omega_2^2 = 0,32 \cdot 20^2 = 128 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_B // AB \text{ у смеру ка тачки А,}$$

$$\vec{a}_{B4} = \vec{a}_B + \vec{a}_k + \vec{a}_{B4}^B, a_k = 2 \cdot \omega_4 \cdot v_{B4}^B = 2 \cdot 10,33 s^{-1} \cdot 5,9 \frac{m}{s} = 121,9 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{B4n}^B // B4C,$$

$$\vec{a}_{B4} = \vec{a}_C + \vec{a}_{B4n}^C + \vec{a}_{B4t}^C, \text{ где је: } \vec{a}_{B4n}^C // B4C \text{ од В4 у смеру ка тачки С,}$$

$$a_{B4n}^C = \frac{(v_{B4}^C)^2}{B4C} = \frac{(2,6 \frac{m}{s})^2}{0,26m} = 26 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{B4t}^C \perp B4C.$$

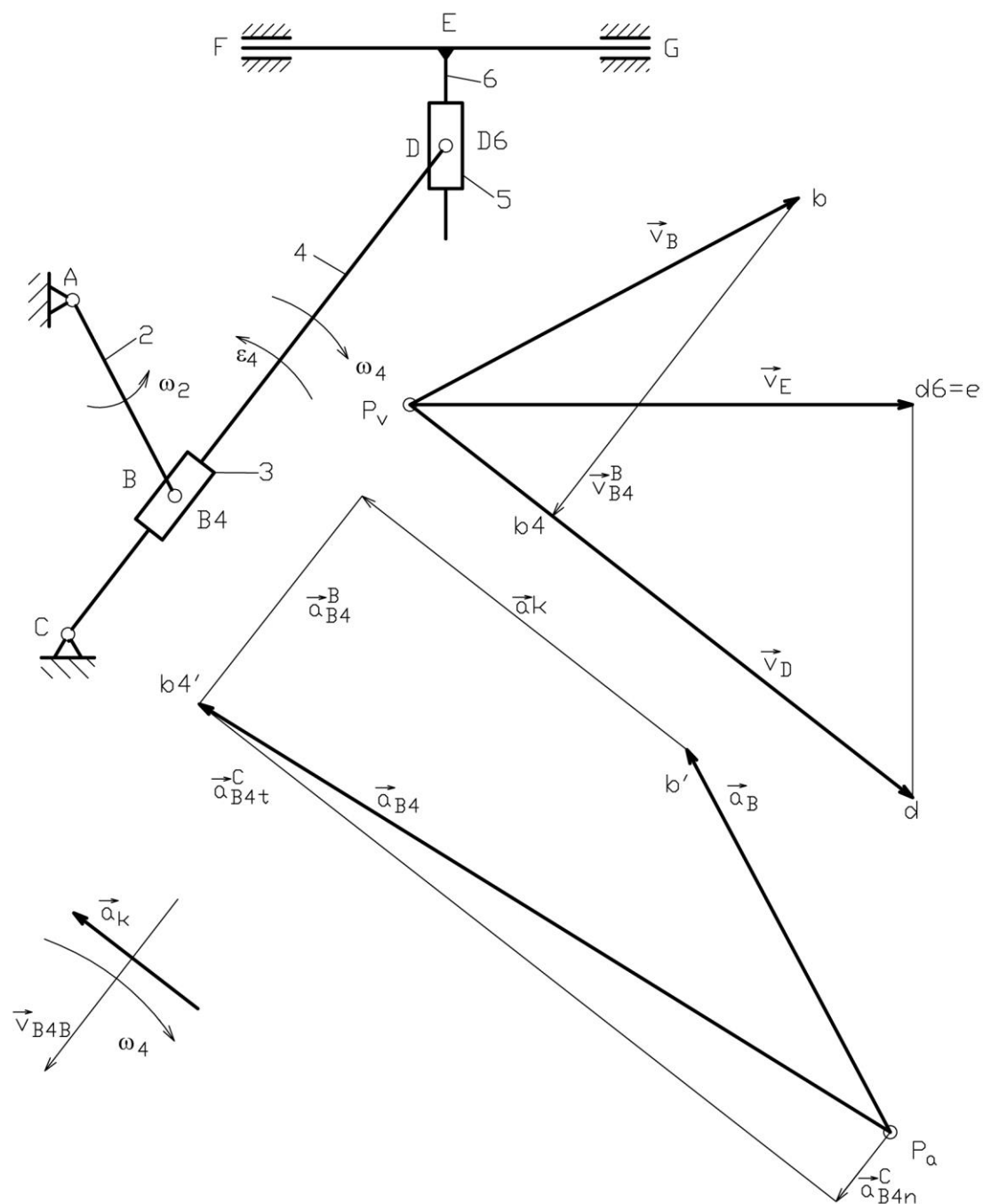
Размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}}$ из којег су одређују интензитет убрзања.

Убрзање тачке В4 је:

$$a_{B4} = \overline{P_a b_4} \cdot U_a = 12,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 242 \frac{m}{s^2}.$$

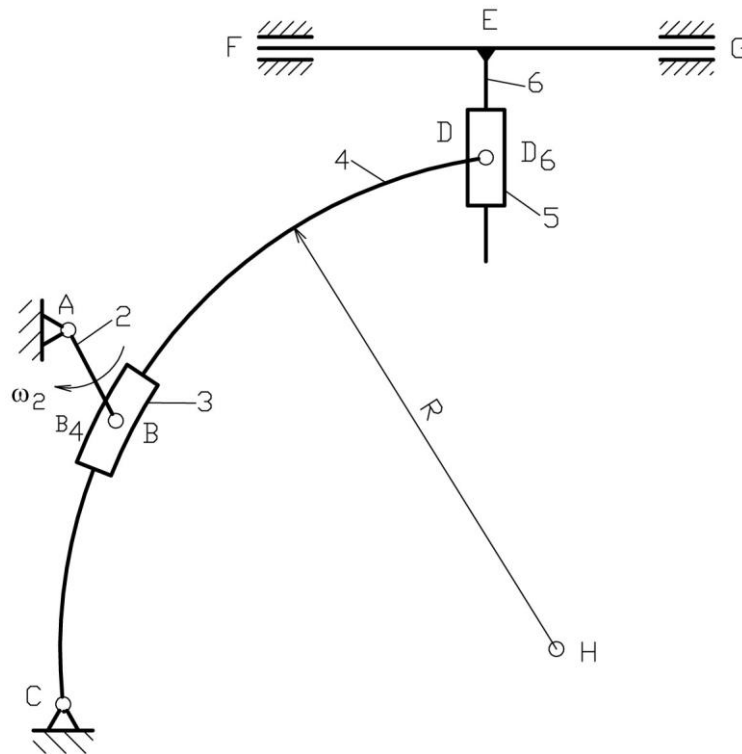
Угаоно убрзање члана 4 је

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{B4t}^C}{B4C} = \frac{242 \frac{m}{s^2}}{0,26m} = 930,8 s^{-2}, \text{ а смер је одређен смером тангенцијалног убрзања } \vec{a}_{B4t}^C.$$



Задатак 2.3.

Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака, угаону брзину и угаоно убрзање члана 4. Дати су подаци: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$, $\epsilon_2 = 0$. Препоручене размере су: $U_v = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$.

**Решење задатка**

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 1,35 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 13,5 \text{ cm} = 0,135 \text{ m},$$

$$\overline{BC} = 3,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 38 \text{ cm} = 0,38 \text{ m},$$

$$\overline{CD} = 9,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 91 \text{ cm} = 0,91 \text{ m},$$

$$\overline{BH} = 6,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 65 \text{ cm} = 0,65 \text{ m},$$

$$\overline{BD} = 6 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 60 \text{ cm} = 0,6 \text{ m},$$

$$\overline{ED} = 1,44 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 14,4 \text{ cm} = 0,144 \text{ m}.$$

Једначине за брзине

$$v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,135 \text{ m} \cdot 20 \text{ s}^{-1} = 2,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B, \vec{v}_{B4}^B \perp B4H,$$

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_C + \vec{v}_{B4}^C, \vec{v}_{B4}^C \perp BC,$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_{B4} + \vec{v}_D^{B4}, \vec{v}_D^{B4} \perp DB4,$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_D^C, \vec{v}_D^C \perp DC,$$

$$\vec{v}_{D6} = \vec{v}_D + \vec{v}_{D6}^D, \vec{v}_{D6}^D \parallel D6E,$$

$$\vec{v}_{D6} \parallel FG,$$

$$\vec{v}_{D6} = \vec{v}_F = \vec{v}_G.$$

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_D = \overline{P_v d} \cdot U_v = 7,7 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_E = \overline{P_v e} \cdot U_v = 6,08 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 3,04 \frac{m}{s}.$$

Угаоне брзине

Интензитет угаоне брзине је $\omega_4 = \frac{v_D}{DC} = \frac{3,8 \frac{m}{s}}{0,91m} = 4,22 \text{ s}^{-1}$, а смер је у смеру брзине v_D

Једнаchine за убрзања

$$\begin{aligned} a_B &= \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 54 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_B // \overline{AB} \text{ у смеру ка тачки А,} \\ \vec{a}_{B4} &= \vec{a}_B + \vec{a}_k + \vec{a}_{B4n}^B + \vec{a}_{B4t}^B, \text{ где је: } a_k = 2 \cdot \omega_4 \cdot v_{B4}^B = 2 \cdot 4,22 \text{ s}^{-1} \cdot 1,75 \frac{m}{s} = \\ &14,8 \frac{m}{s^2}, \text{ смер је одређен као на скици. Убрзање } a_{B4n}^B = \frac{(v_{B4}^B)^2}{B4H} = \frac{(1,75 \frac{m}{s})^2}{0,65 m} = 4,7 \frac{m}{s^2}, \\ &\vec{a}_{B4n}^B // B4H \text{ у смеру ка тачки H и } \vec{a}_{B4t}^B \perp B4H, \\ \vec{a}_{B4} &= \vec{a}_C + \vec{a}_{B4n}^C + \vec{a}_{B4t}^C, \vec{a}_{B4n}^C // B4C \text{ у смеру ка тачки C, } a_{B4n}^C = \frac{(v_{B4}^C)^2}{B4C} = \\ &\frac{(1,6 \frac{m}{s})^2}{0,38m} = 6,72 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{B4t}^C \perp B4C, \\ \vec{a}_D &= \vec{a}_C + \vec{a}_{Dn}^C + \vec{a}_{Dt}^C, \text{ где је } \vec{a}_{Dn}^C // DC \text{ у смеру од D ка тачки C, } a_{Dn}^C = \frac{(v_D^C)^2}{DC} = \\ &\frac{(3,7 \frac{m}{s})^2}{0,91m} = 15,04 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{Dt}^C \perp DC, \\ \vec{a}_D &= \vec{a}_{B4} + \vec{a}_{Dn}^{B4} + \vec{a}_{Dt}^{B4}, \text{ где је } \vec{a}_{Dn}^{B4} // DB4 \text{ у смеру од D ка тачки B4, } a_{Dn}^{B4} = \frac{(v_D^{B4})^2}{DB4} = \\ &\frac{(2,5 \frac{m}{s})^2}{0,6m} = 10,41 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{Dt}^{B4} \perp DB4, \\ &\vec{a}_{D6} // FG, \\ \vec{a}_{D6} &= \vec{a}_D + \vec{a}_{D6}^D, \text{ где је } \vec{a}_{D6}^D // ED4. \end{aligned}$$

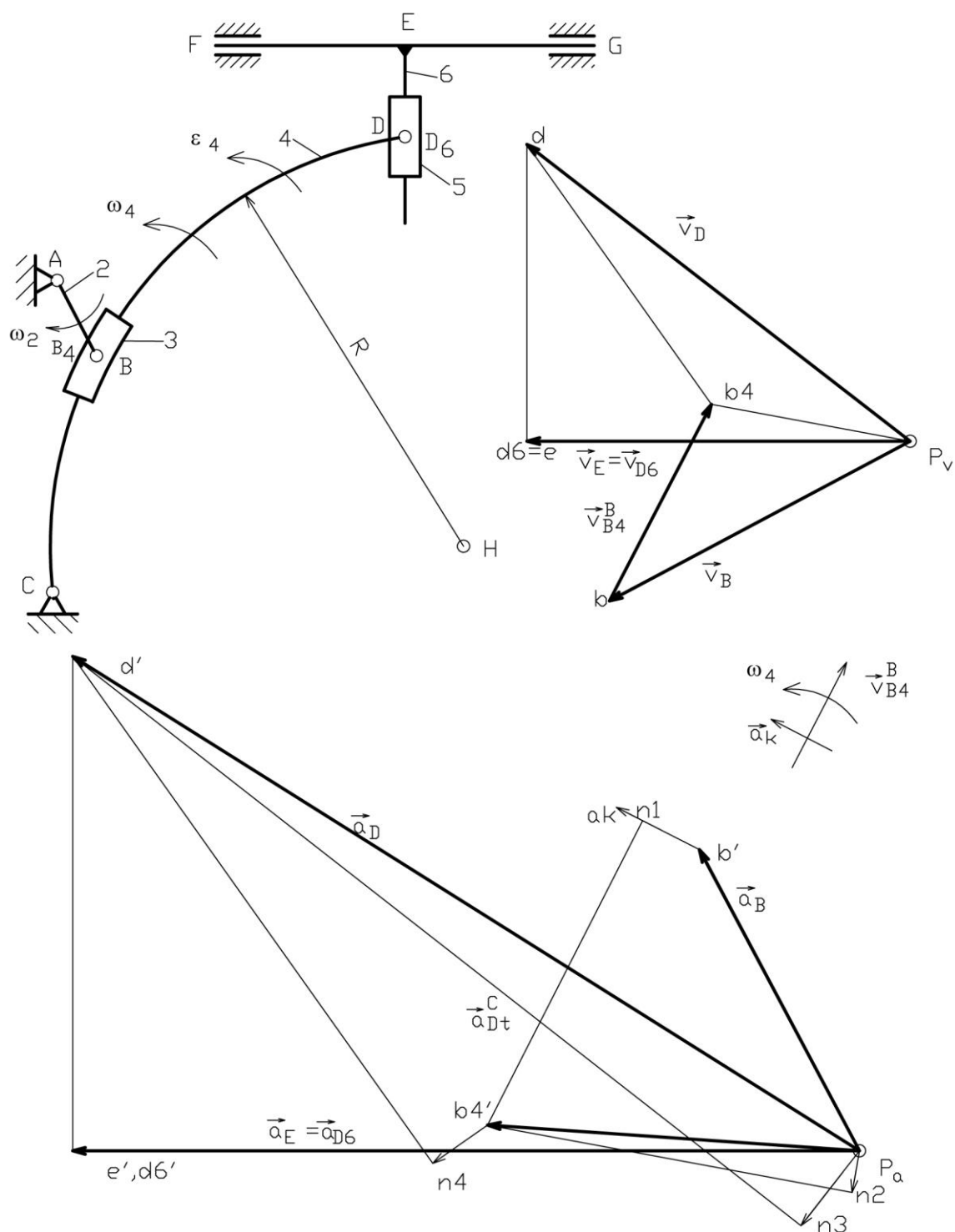
Интензитети убрзања

Размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети убрзања:

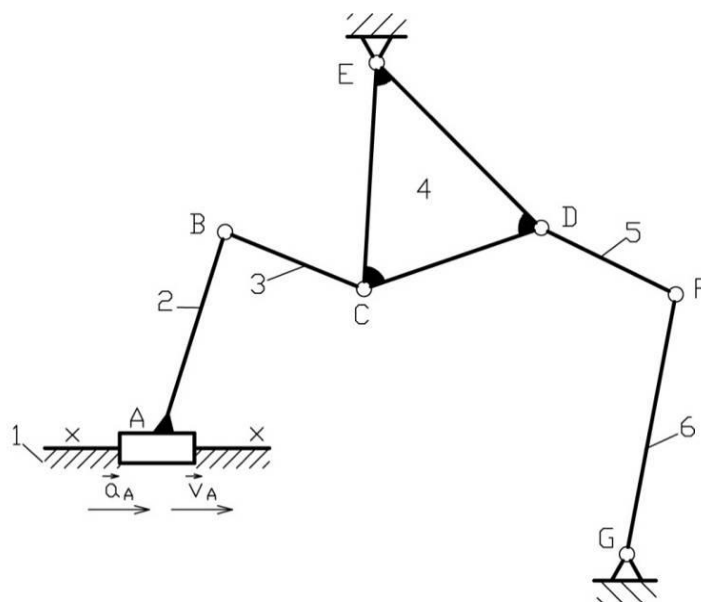
$$\begin{aligned} a_D &= \overline{P_a d'} \cdot U_a = 14,7 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}} = 147 \frac{m}{s^2}, \\ a_E &= \overline{P_a e'} \cdot U_a = 12,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}} = 125 \frac{m}{s^2}, \end{aligned}$$

Угаоно убрзање члана 4 је

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{Dt}^C}{DC} = \frac{147 \frac{m}{s^2}}{0,91m} = 161 \text{ s}^{-2}, \text{ а смер је одређен смером тангенцијалног убрзања } \vec{a}_{Dt}^C.$$

**Задатак 2.4.**

Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми која нацртаној у размери $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$. Погонски члан 2 има брзину $v_A = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ и убрзање $a_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Одредити брзину и убрзање тачке F, угаону брзину и угаоно убрзање члана 5. Препоручене размере су $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ cm}}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма:

$$\overline{BC} = 2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,2 \text{ m},$$

$$\overline{CE} = 3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,3 \text{ m},$$

$$\overline{ED} = 3,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,31 \text{ m},$$

$$\overline{DF} = 2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,2 \text{ m},$$

$$\overline{FG} = 3,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,35 \text{ m}.$$

Једначине за брзине

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A,$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp \overline{CB},$$

$$\vec{v}_C \perp \overline{EC},$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_D^C, \vec{v}_D^C \perp \overline{DC},$$

$$\vec{v}_D \perp \overline{DE},$$

$$\vec{v}_F = \vec{v}_D + \vec{v}_F^D, \vec{v}_F^D \perp \overline{FD},$$

$$\vec{v}_F \perp \overline{FG}.$$

Интензитети брзина

$$v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 5,9 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,95 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_C^B = \overline{cb} \cdot U_v = 0,36 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 0,18 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_C^E = v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 5,9 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,95 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_D^C = \overline{dc} \cdot U_v = 4,89 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,44 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_D^E = v_D = \overline{P_v d} \cdot U_v = 6,06 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 3,03 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_F^D = \overline{fd} \cdot U_v = 5,20 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,6 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_F^G = v_F = \overline{P_v f} \cdot U_v = 2,04 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 1,02 \frac{m}{s}.$$

Угаона брзина члана 5 је

$$\omega_5 = \frac{v_F^D}{\overline{FD}} = \frac{2,6 \frac{m}{s}}{0,2m} = 13 \text{ s}^{-1}, \text{ смер је дефинисан смером релативне брзине } \vec{v}_F^D.$$

Једначине за убрзања

$$a_B = a_A = 10 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, \vec{a}_{Cn}^B // CB, \vec{a}_{Ct}^B \perp CB, a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{\overline{CB}} = \frac{(0,18 \frac{m}{s})^2}{0,2m} = 0,162 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_E + \vec{a}_{Cn}^E + \vec{a}_{Ct}^E, \vec{a}_{Cn}^E // CE, \vec{a}_{Ct}^E \perp CE, a_{Cn}^E = \frac{(v_C^E)^2}{\overline{CE}} = \frac{(2,95 \frac{m}{s})^2}{0,3m} = 29 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{Dn}^C + \vec{a}_{Dt}^C, \vec{a}_{Dn}^C // CD, \vec{a}_{Dt}^C \perp CD, a_{Dn}^C = \frac{(v_D^C)^2}{\overline{DC}} = \frac{(2,44 \frac{m}{s})^2}{0,25m} = 23,81 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_E + \vec{a}_{Dn}^E + \vec{a}_{Dt}^E, \vec{a}_{Dn}^E // ED, \vec{a}_{Dt}^E \perp DE, a_{Dn}^E = \frac{(v_D^E)^2}{\overline{DE}} = \frac{(3,03 \frac{m}{s})^2}{0,31m} = 29,61 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_F = \vec{a}_D + \vec{a}_{Fn}^D + \vec{a}_{Ft}^D, \vec{a}_{Fn}^D // FD, \vec{a}_{Ft}^D \perp FD, a_{Fn}^D = \frac{(v_F^D)^2}{\overline{FD}} = \frac{(2,6 \frac{m}{s})^2}{0,2m} = 33,8 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_F = \vec{a}_G + \vec{a}_{Fn}^G + \vec{a}_{Ft}^G, \vec{a}_{Fn}^G // FG, \vec{a}_{Ft}^G \perp FG, a_{Fn}^G = \frac{(v_F^G)^2}{\overline{FG}} = \frac{(1,02 \frac{m}{s})^2}{0,35m} = 2,97 \frac{m}{s^2}.$$

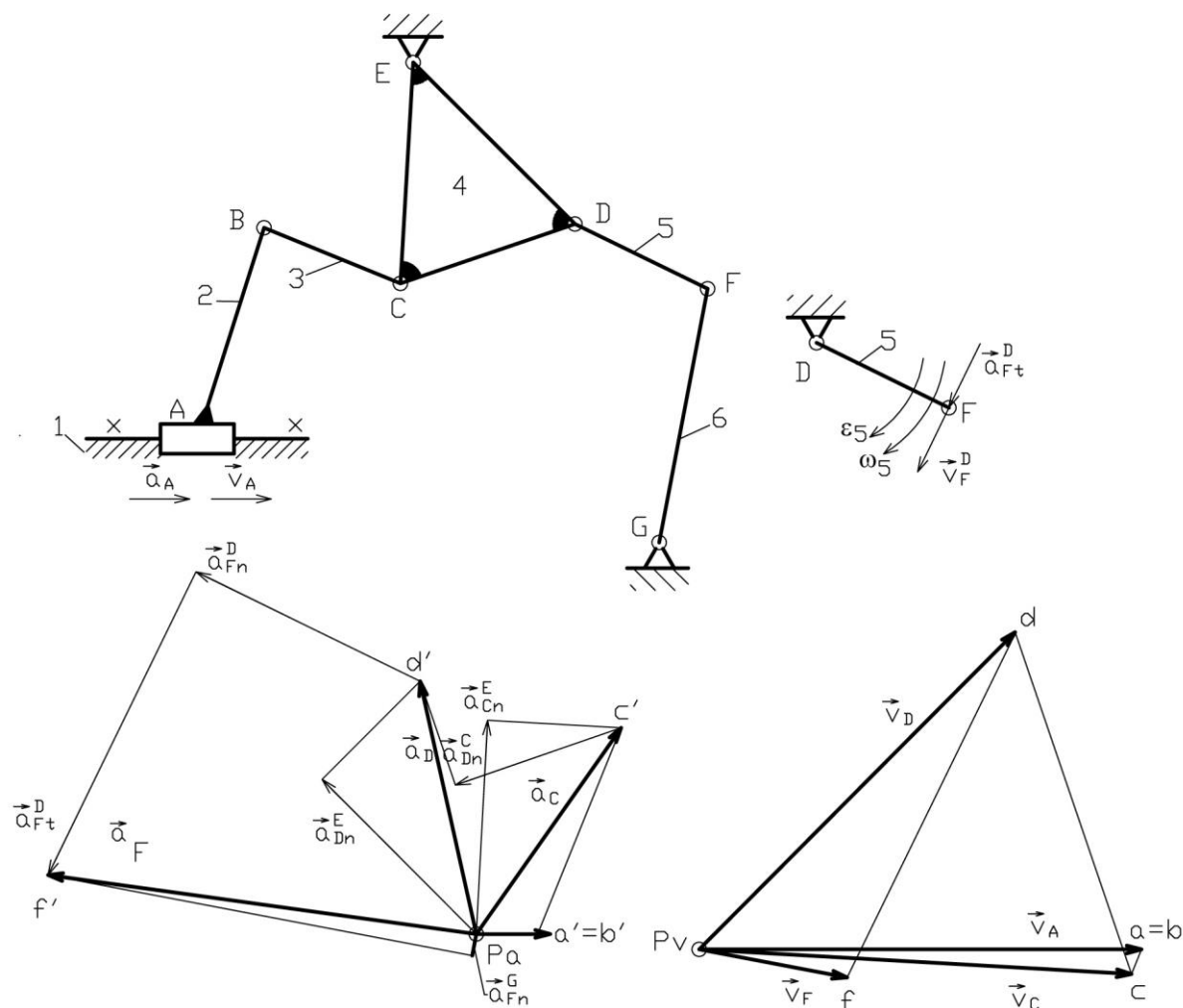
Интензитети убрзања

$$a_F = \overline{P_a f'} \cdot U_a = 5,862 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}} = 58,62 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{Ft}^D = 4,57 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}} = 45,73 \frac{m}{s^2},$$

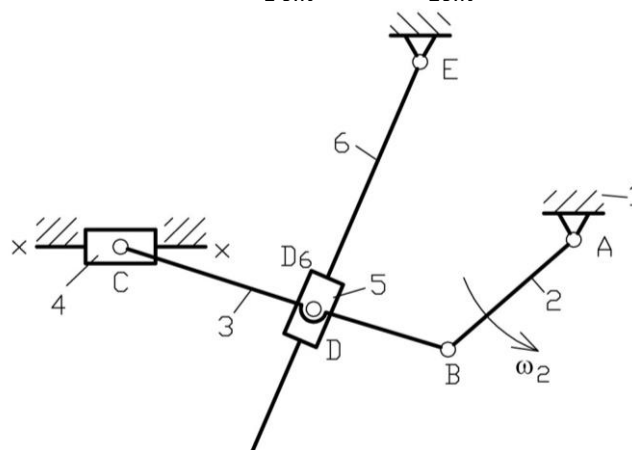
Угаоно убрзање члана 5 је $\varepsilon_5 = \frac{a_{Ft}^D}{\overline{FD}} = \frac{45,73 \frac{m}{s^2}}{0,41 \frac{m}{s^2}} = 111,53 \text{ s}^{-2}$, а смер је одређен смером

a_{Ft}^D .



Задатак 2.5.

За механизам је познато: угаона брзина члана 2, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$, угаоно убрзање члана 2, $\varepsilon_2 = 0$, а геометријске вредности задате су размером $U_L = \frac{0,1 \text{ m}}{0,5 \text{ cm}}$. Одредити: брзину и убрзање назначених тачака, угаону брзину и угаоно убрзање члана 6. Препоручене размере су: $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \text{ cm}}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 2,2 \text{ cm} \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{0,5 \text{ cm}} = 0,44 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 4,5 \text{ cm} \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{0,5 \text{ cm}} = 0,9 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 2,7 \text{ cm} \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{0,5 \text{ cm}} = 0,54 \text{ m}$$

$$\overline{BD} = 1,85 \text{ cm} \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{0,5 \text{ cm}} = 0,37 \text{ m}$$

$$\overline{ED} = 3,5 \text{ cm} \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{0,5 \text{ cm}} = 0,7 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$\vec{v}_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,44 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 4,4 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp CB,$$

$$\vec{v}_C // x - x,$$

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{cb}}{\overline{cd}} \Rightarrow \overline{cd} = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{cb}}{\overline{CB}} = \frac{2,7 \text{ cm} \cdot 3,47 \text{ cm}}{4,5 \text{ cm}} = 2,08 \text{ cm},$$

$$\vec{v}_{D6} = \vec{v}_D + \vec{v}_{D6}^D, \vec{v}_{D6}^D // D_6E,$$

$$\vec{v}_{D6} = \vec{v}_E + \vec{v}_{D6}^E, \vec{v}_{D6}^E \perp ED.$$

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 3,55 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 3,55 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_C^B = \overline{cb} \cdot U_v = 3,46 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 3,46 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_{D6} = \overline{P_v d_6} \cdot U_v = 3,8 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Угаоне брзина члана 6 је

$$\omega_6 = \frac{v_{D6}}{\overline{ED_6}} = \frac{3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,7 \text{ m}} = 5,43 \text{ s}^{-1},$$

Једначине за убрзања

$$a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,44 \text{ m} \cdot 10^2 \text{ s}^{-1} = 44 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, \vec{a}_{Cn}^B // CB, \vec{a}_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{\overline{CB}} = \frac{(3,46 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{0,9 \text{ m}} = 13,38 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \vec{a}_{Ct}^B \perp CB,$$

$$\vec{a}_C // x - x,$$

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{c'b'}}{\overline{c'd'}} \Rightarrow \overline{c'd'} = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{c'b'}}{\overline{CB}} = \frac{0,54 \text{ m} \cdot 5,86 \text{ cm}}{0,9 \text{ m}} = 3,52 \text{ cm},$$

$$\vec{a}_{D6} = \vec{a}_D + \vec{a}_k + \vec{a}_{D6}^D, \vec{a}_{D6}^D // ED,$$

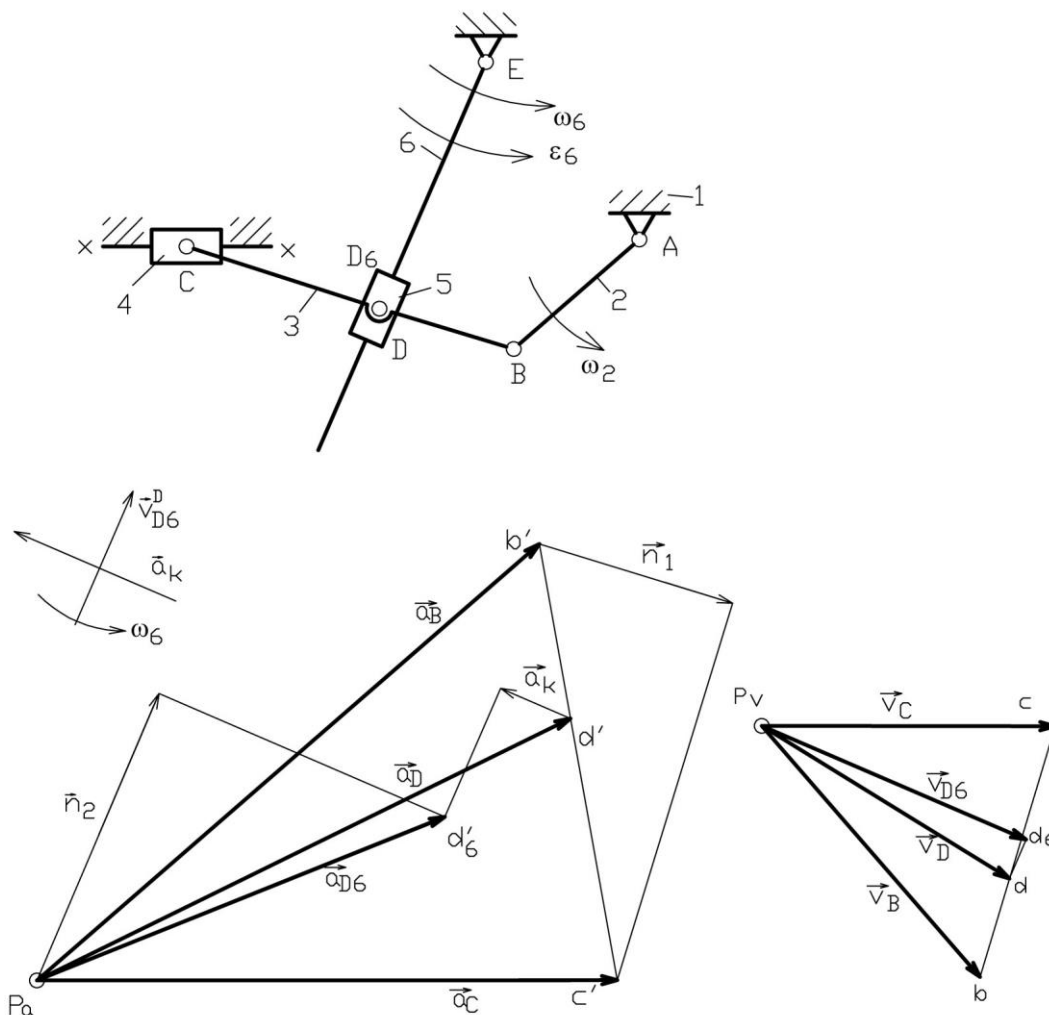
$$a_k = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_{D6}^D = 2 \cdot 5,43 \text{ s}^{-1} \cdot 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5,43 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \vec{a}_k // CB,$$

$$\vec{a}_{D6} = \vec{a}_E + \vec{a}_{D6n}^E + \vec{a}_{D6t}^E, \vec{a}_{D6t}^E \perp ED,$$

$$\vec{a}_{D6n}^E = \frac{(v_{D6}^E)^2}{\overline{D_6E}} = \frac{(3,8 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{0,7 \text{ m}} = 20,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \vec{a}_{D6n}^E // ED.$$

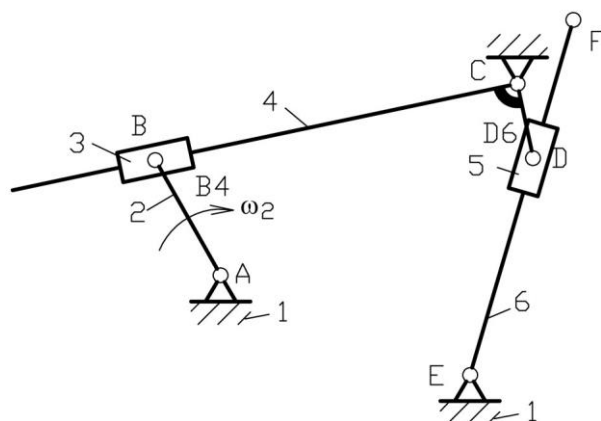
Интензитет угаоног убрзања

$$\varepsilon_6 = \frac{a_{D6t}^E}{D_6E} = \frac{20,6 \frac{m}{s^2}}{0,7m} = 29,42 s^{-2}$$



Задатак 2.6.

За приказани механизам дато је: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$, $\varepsilon_2 = 0$. Одредити брзину тачке F, угаону брзину члана 4, убрзање тачке D и угаоно убрзање члана 4. Препоручене размере су: $U_v = \frac{1 \text{ m}}{5 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 1,75 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,175 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 4,9 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,49 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,1 \text{ m}$$

$$\overline{ED} = 3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,3 \text{ m}$$

$$\overline{FD} = 1,9 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,19 \text{ m}$$

$$\overline{EF} = 4,9 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,49 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,175 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B, \vec{v}_{B4}^B // CB,$$

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_C + \vec{v}_{B4}^C, \vec{v}_{B4}^C \perp CB,$$

$$v_D = \omega_4 \cdot \overline{CD}, \omega_4 = \frac{v_{B4}^C}{\overline{CB}} = \frac{0,542 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,49 \text{ m}} = 1,1 \text{ s}^{-1}, v_D = 1,1 \text{ s}^{-1} \cdot 0,1 \text{ m} = 0,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \text{ где је}$$

правац вектора $\vec{v}_D$ управан на CD у смеру $\vec{v}_{B4}$;

$$\vec{v}_{D6} = \vec{v}_D + \vec{v}_{D6}^D, \vec{v}_{D6}^D // D_6E,$$

$$\vec{v}_{D6} = \vec{v}_E + \vec{v}_{D6}^E, \vec{v}_{D6}^E \perp D_6E,$$

$$\frac{P_v d_6}{P_v f} = \frac{\overline{ED_6}}{\overline{EF}} \Rightarrow \overline{P_v f} = \frac{0,49 \text{ m} \cdot 0,49 \text{ cm}}{0,3 \text{ m}} = 0,8 \text{ cm}.$$

Из претходног следи да је

$$v_F = 0,16 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_{B4} = \overline{P_v b_4} \cdot U_v = 2,7 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ cm}} = 0,54 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_{B4}^B = \overline{b b_4} \cdot U_v = 8,3 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ cm}} = 1,66 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_{D6} = \overline{P_v d_6} \cdot U_v = 0,5 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ cm}} = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_{D6}^D = \overline{d d_6} \cdot U_v = 0,26 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \text{ cm}} = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Интензитет угаоних брзина

$$\omega_6 = \frac{v_{D6}}{\overline{ED_6}} = \frac{0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,3 \text{ m}} = 0,33 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_4 = \frac{v_{B4}}{\overline{B4C}} = \frac{0,54 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,49 \text{ m}} = 1,10 \text{ s}^{-1}$$

Једначине за убрзања

$$a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,175 \text{ m} \cdot 10^2 \text{ s}^{-1} = 17,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$\vec{a}_{B4} = \vec{a}_B + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{B4}^B, \vec{a}_{B4}^B // CB,$$

$$a_k = 2 \cdot \omega_4 \cdot v_{B4}^B = 2 \cdot 1,1 \text{ s}^{-1} \cdot 1,66 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,652 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

$$\vec{a}_{B4} = \vec{a}_C + \vec{a}_{B4n}^C + \vec{a}_{B4t}^C, \vec{a}_{B4n}^C // CB_4, \vec{a}_{B4t}^C \perp CB_4, a_{Cn}^{B4} = \frac{(v_{B4}^C)^2}{\overline{CB_4}} = \frac{(0,54 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{0,49 \text{ m}} = 0,59 \frac{\text{m}}{\text{s}^2},$$

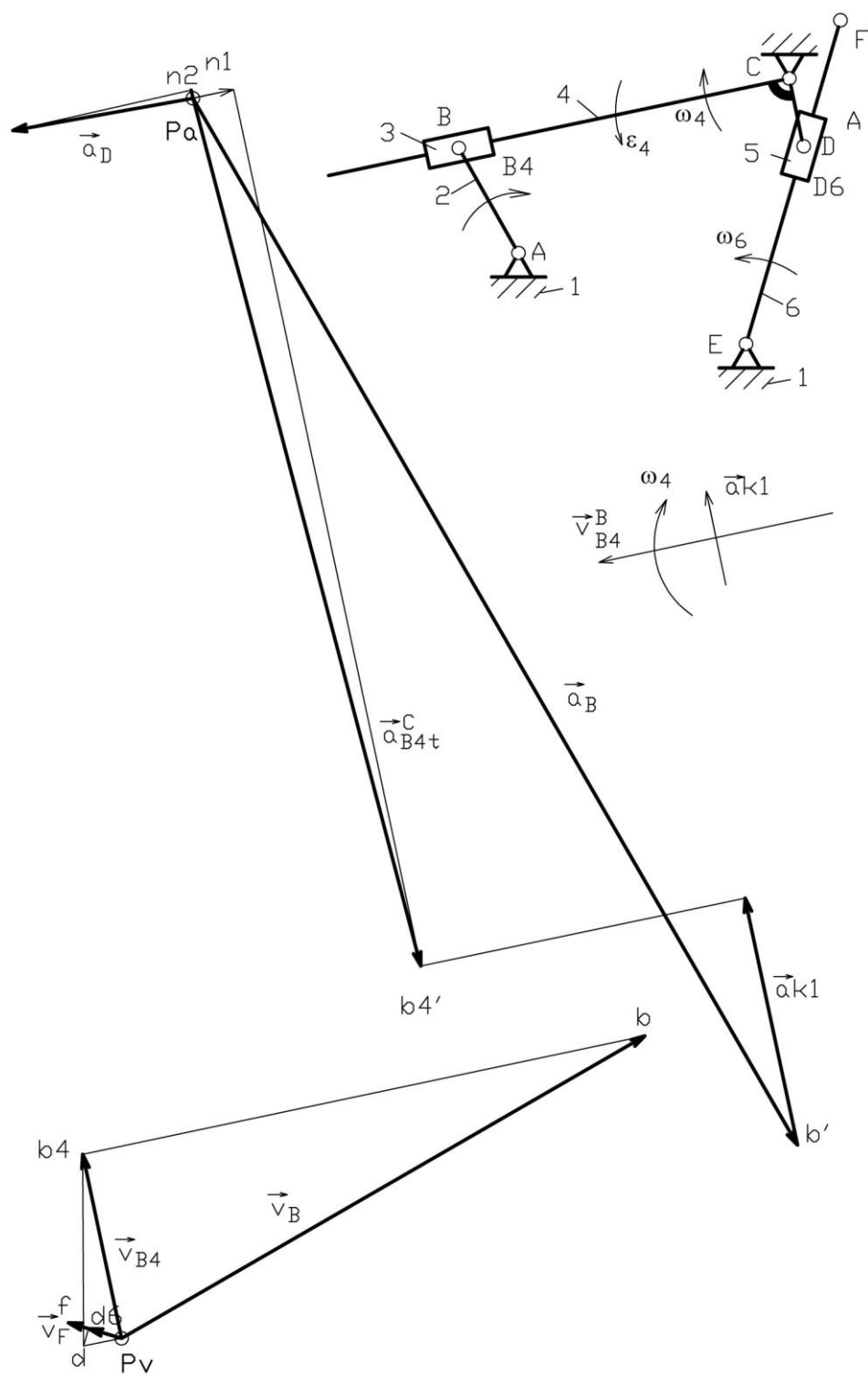
$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{Dn}^C + \vec{a}_{Dt}^C, \vec{a}_{Dn}^C // CB_4, \vec{a}_{Dt}^C // CB_4, a_{Dn}^C = \omega^2 \cdot \overline{CD} = (1,1 \text{ s}^{-1})^2 \cdot 0,1 \text{ m} = 0,12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Интензитет убрзања тачке D

$$a_D = \overline{P_v d} \cdot U_a = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ cm}} \cdot 2,65 \text{ cm} = 2,65 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Интензитет убрзања тачке D

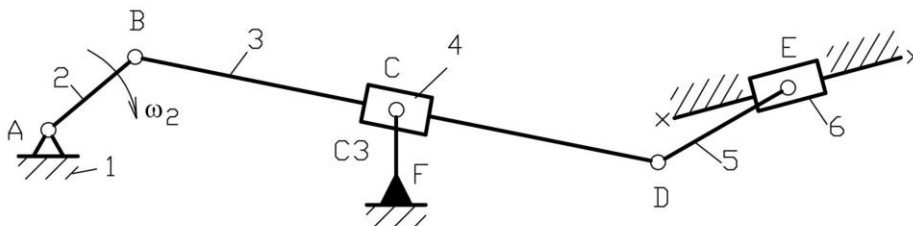
$$a_{Dt}^C = \varepsilon_4 \cdot \overline{CD}, \varepsilon_4 = \frac{a_{B4t}^C}{\overline{CB}} = \frac{12,98 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,49 \text{ m}} = 26,49 \text{ s}^{-2}, a_{Dt}^C = 26,49 \text{ s}^{-2} \cdot 0,1 \text{ m} = 2,65 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Задатак 2.7.

За приказани механизам дато је: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$. Одредити брзину тачке Е, убрзање тачке D, угаону брзину и угаоно убрзање члана 5. Препоручене размере су:

$$U_v = \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} \text{ i } U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}}.$$

**Решење задатка**

Geometrijski parametri mehanizma

$$\overline{AB} = 1,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,15 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = \overline{CD} = 3,52 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,352 \text{ m}$$

$$\overline{BD} = 7,05 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,705 \text{ m}$$

$$\overline{ED} = 1,98 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,198 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,15 \text{ m} \cdot 20 \text{ s}^{-1} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_{C3} = \vec{v}_B + \vec{v}_{C3}^B, \vec{v}_{C3}^B \perp BC,$$

$$\vec{v}_{C3} = \vec{v}_C + \vec{v}_{C3}^C, \vec{v}_{C3}^C \parallel BD,$$

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC3}} = \frac{\overline{bd}}{\overline{bc3}}, \overline{bd} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{bc3}}{\overline{BC3}} = \frac{7,05 \text{ cm} \cdot 1,87 \text{ cm}}{3,52 \text{ cm}} = 3,74 \text{ cm},$$

$$\vec{v}_E = \vec{v}_D + \vec{v}_E^D, \vec{v}_E^D \perp DE,$$

$$\vec{v}_E \parallel x-x.$$

Интензитет брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_E = \overline{P_v e} \cdot U_v = 3,98 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 3,1 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_{C3} = v_{C3}^C = \overline{P_v c3} \cdot U_v = 2,34 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,34 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Интензитет угаоне брзине члана 3 је

$$\omega_3 = \frac{v_{C3}^B}{\overline{C3B}} = \frac{1,87 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,352 \text{ m}} = 5,34 \text{ s}^{-1}, \text{ а смер је одређен смером релативне брзине}$$

$$\vec{v}_{C3}^B.$$

Једначине за убрзања

$$a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,15m \cdot (20s^{-1})^2 = 60 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_B // \overline{AB} \text{ у смеру ка тачки А,}$$

$$\vec{a}_{C3} = \vec{a}_B + \vec{a}_{C3n}^B + \vec{a}_{C3t}^B, \vec{a}_{C3n}^B // CB, \vec{a}_{C3t}^B \perp CB, a_{C3n}^B = \frac{(v_{C3}^B)^2}{CB} = \frac{(1,9 \frac{m}{s})^2}{0,352m} = 10,31 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{C3} = \vec{a}_C + \vec{a}_k + \vec{a}_{C3}^C, \vec{a}_{C3}^C // BC,$$

$$a_k = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{C3}^C = 2 \cdot 5,34s^{-1} \cdot 2,34 \frac{m}{s} = 24,91 \frac{m}{s^2}, \text{ смер је одређен као на скици,}$$

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC3}} = \frac{\overline{b'd'}}{\overline{b'c3'}} \Rightarrow \overline{b'd'} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{b'c3'}}{\overline{BC3}} = \frac{0,705m \cdot 7,25cm}{0,352m} = 14,5cm,$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{En}^D + \vec{a}_{Et}^D, \vec{a}_{En}^D // ED, \vec{a}_{Et}^D \perp ED,$$

$$a_{En}^D = \frac{(v_E^D)^2}{ED} = \frac{(0,65 \frac{m}{s})^2}{0,198m} = 2,13 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_E // x - x.$$

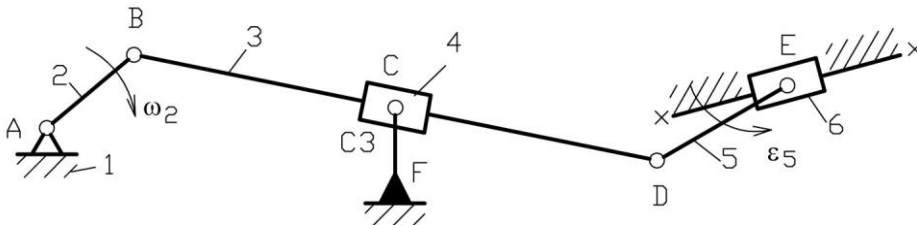
Интензитет убрзања тачке Д добија се из израза:

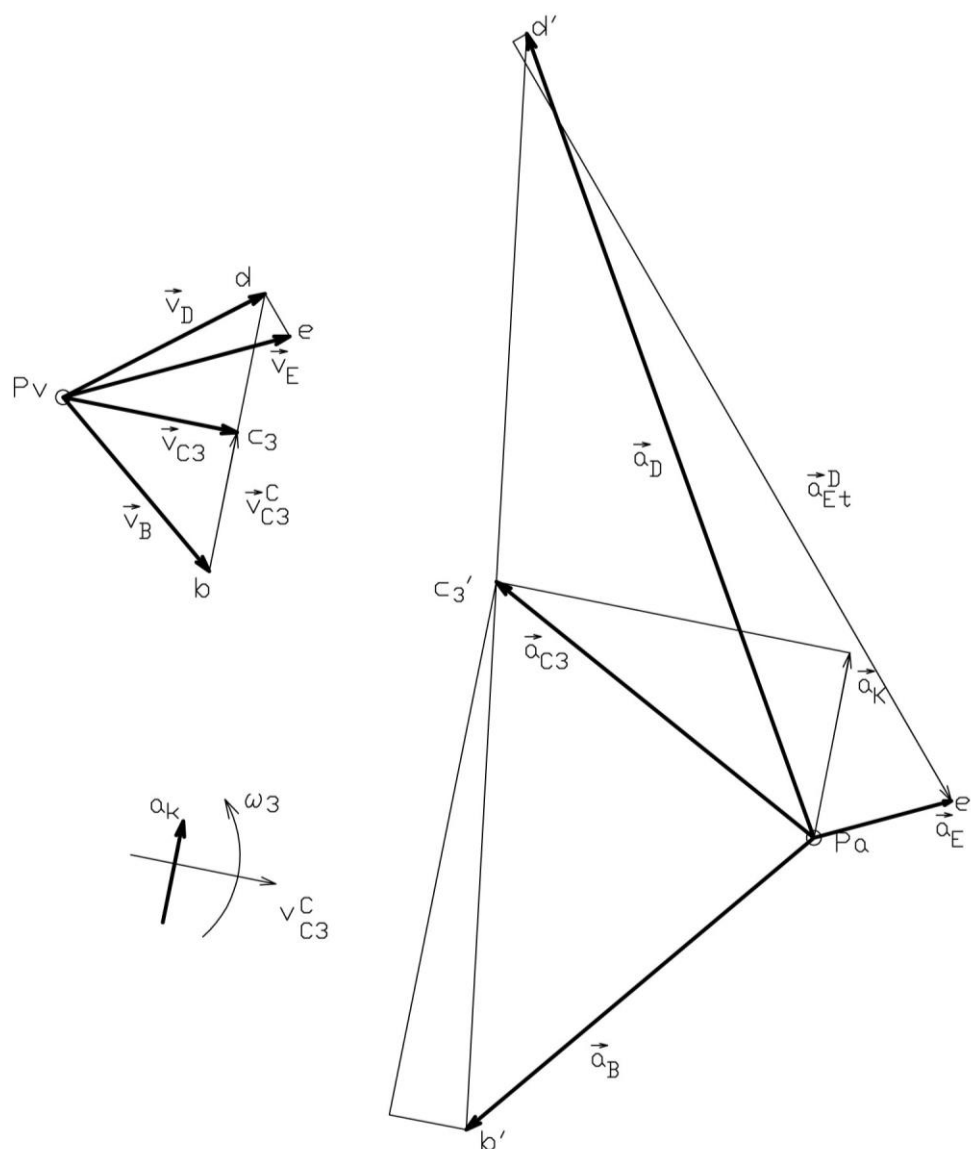
$$a_D = \overline{P_a d'} \cdot U_a = 11,28cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1cm} = 112,8 \frac{m}{s^2}.$$

Интензитет угаоног убрзања члана 5 је

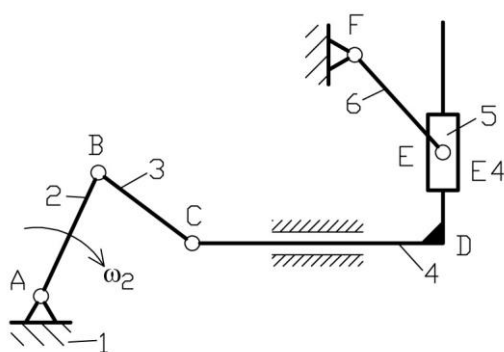
$$\varepsilon_5 = \frac{a_E^D t}{DE} = \frac{115,8 \frac{m}{s^2}}{0,198m} = 584,48 s^{-2}$$

Смер угаоног убрзања ε_5 је у смеру $\vec{a}_E^D t$.



**Задатак 2.8.**

За механизам је позната угаона брзина члана 2, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$, угаоно убрзање члана 2, $\varepsilon_2 = 0 \text{ s}^{-2}$, а геометријске вредности задате су размером $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$. Одредити брзину и убрзање тачке Е, угаону брзину и угаоно убрзање члана 6. Препоручене размере су: $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,5 \text{ cm}}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 1,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,18 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 1,55 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,15 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 3,3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,33 \text{ m}$$

$$\overline{ED} = 1,2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,12 \text{ m}$$

$$\overline{EF} = 1,73 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,17 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,18 \text{ m} \cdot 20 \text{ s}^{-1} = 3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp CB,$$

$$\vec{v}_C // CD,$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_C = \vec{v}_{E4},$$

$$\vec{v}_E = \vec{v}_{E4} + \vec{v}_E^{E4}, \vec{v}_E^{E4} \perp FE,$$

$$\vec{v}_E \perp FE.$$

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_C = \overline{P_v C} \cdot U_v = 4,4 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 4,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_C = v_D = v_{E4},$$

$$v_E = \overline{P_v E} \cdot U_v = 5,9 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 5,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Угаона брзина

Интензитет угаоне брзине ω_6 је $\omega_6 = \frac{v_E}{FE} = \frac{5,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,17 \text{ m}} = 34,7 \text{ s}^{-1}$, а смер је дефинисан смером брзине тачке Е.

Једначине за убрзање

$$a_B = AB \cdot \omega_2^2 = 0,18 \text{ m} \cdot (20 \text{ s}^{-1})^2 = 72 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \vec{a}_B // AB \text{ у смеру ка тачки А,}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, \text{ где је } \vec{a}_{Cn}^B // CB \text{ у смеру ка тачки Б, } \vec{a}_{Cn}^B = \frac{(a_C^B)^2}{CB} =$$

$$\frac{(1,9)^2}{0,15} = 24 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \vec{a}_{Ct}^B \perp CB,$$

$$\vec{a}_C // CD,$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_{E4} = \vec{a}_C,$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_{E4} + \vec{a}_E^{E4}, \text{ где је: } \vec{a}_E^{E4} // E4D,$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_F + \vec{a}_{En}^F + \vec{a}_{Et}^F, \text{ где је: } \vec{a}_{En}^F // EF \text{ у смеру ка тачки}$$

$$F, \vec{a}_{En}^F = \frac{(v_E^F)^2}{EF} = \frac{(5,9 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{0,17 \text{ m}} = 204,7 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{Et}^F \perp EF.$$

Интензитети убрзања

Размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,5 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети убрзања:

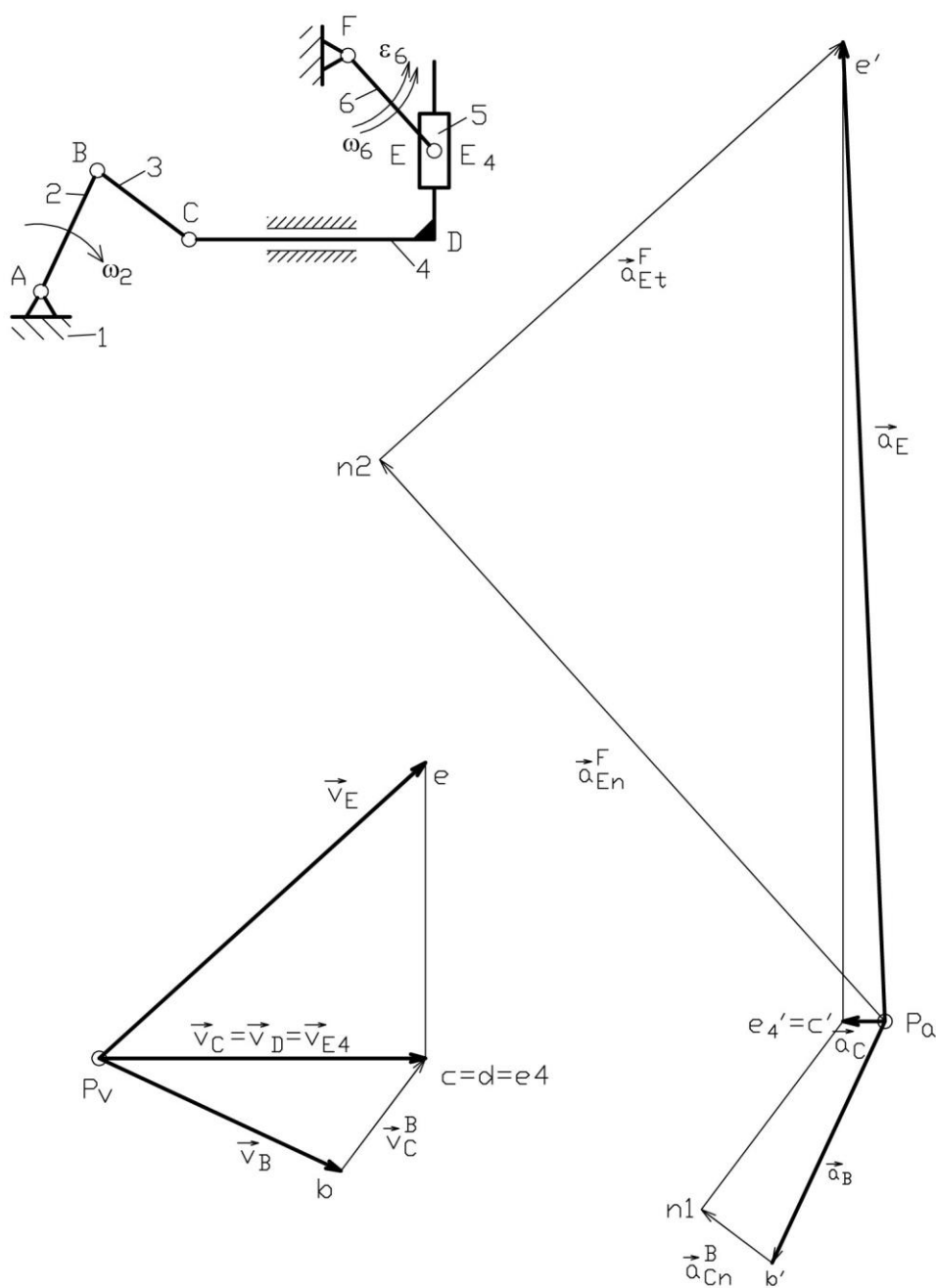
$$a_C = \overline{P_a c'} \cdot U_a = 0,565 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 11,3 \frac{m}{s^2},$$

$$a_E = \overline{P_a e'} \cdot U_a = 13,2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 264 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{Et}^F = \overline{n2 e'} \cdot U_a = 8,4 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 168 \frac{m}{s^2}.$$

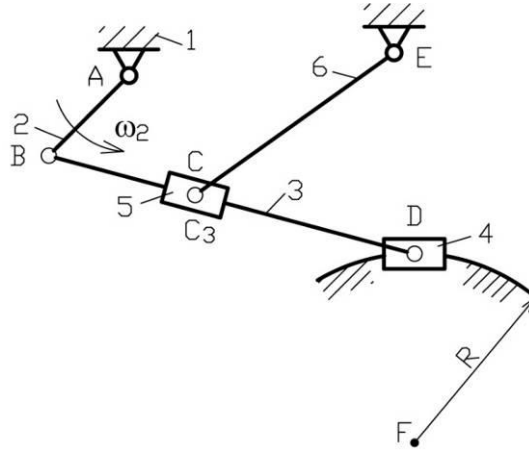
Угаоно убрзање члана 6 је

$$\varepsilon_6 = \frac{a_{Et}^F}{\overline{EF}} = \frac{168 \frac{m}{s^2}}{0,17 \text{ m}} = 988 \text{ s}^{-2}, \text{ а смер се одређује на основу смера } \vec{a}_{Et}^F.$$



Задатак 2.9.

Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми нацртаној у размери $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}}$. Погонски члан 2 се обрће једноликом угаоном брзином $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$. Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака, угаону брзину и угаоно убрзање члана 6. Препоручене размере су $U_v = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \text{ m}}{2 \text{ cm}}$.

**Решење задатка**

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 1,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,3 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,4 \text{ m}$$

$$\overline{BD} = 5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 1 \text{ m}$$

$$\overline{CE} = 3,2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,64 \text{ m}$$

$$\overline{FD} = 2,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,5 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,3 \cdot 10 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{v}_D^B, \vec{v}_D^B \perp DB,$$

$$\vec{v}_D \perp \overline{DF},$$

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC_3}} = \frac{\overline{bd}}{\overline{bc_3}} \Rightarrow \overline{bc_3} = \frac{\overline{bd} \cdot \overline{BC_3}}{\overline{BD}} = \frac{41,6 \cdot 20}{50} = 16,64 \text{ mm},$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_{C_3} + \vec{v}_C^{C_3}, \vec{v}_C^{C_3} \parallel DB,$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_E + \vec{v}_C^E, \vec{v}_C^E \perp EC.$$

Интензитети брзина

$$v_D = \overline{P_v d} \cdot U_v = 5,55 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 1,68 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 0,84 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{C3} = \overline{P_{vC3}} \cdot U_v = 5,4 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 2,7 \frac{m}{s}$$

$$v_D^B = \overline{db} \cdot U_v = 4,16 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 2,08 \frac{m}{s}$$

$$v_C^{C3} = \overline{cc_3} \cdot U_v = 4,06 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 2,03 \frac{m}{s}$$

Интензитети угаоних брзина

$$\omega_3 = \frac{v_D^B}{\overline{DB}} = \frac{2,08 \frac{m}{s}}{1m} = 2,08 \text{ s}^{-1}, \text{ смер је одређен на основу смера брзине } \vec{v}_D^B,$$

$$\omega_6 = \frac{v_C^E}{\overline{CE}} = \frac{0,84 \frac{m}{s}}{0,64m} = 1,31 \text{ s}^{-1}, \text{ смер је одређен на основу смера брзине } \vec{v}_C^E.$$

Једначине за убрзања

$$a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,3m \cdot (10 \text{ s}^{-1})^2 = 30 \frac{m}{s^2}, \text{ где је: } \vec{a}_B // \overline{AB} \text{ у смеру ка тачки А,}$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{Dn}^B + \vec{a}_{Dt}^B, \vec{a}_{Dn}^B // BD, \vec{a}_{Dt}^B \perp BD, a_{Dn}^B = \frac{(\vec{v}_D^B)^2}{\overline{DB}} = \frac{(2,08 \frac{m}{s})^2}{1m} = 4,32 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_{Dn}^F + \vec{a}_{Dt}^F, \vec{a}_{Dn}^F // FD, \vec{a}_{Dt}^F \perp FD, a_{Dn}^F = \frac{(\vec{v}_D^F)^2}{\overline{DF}} = \frac{(2,77 \frac{m}{s})^2}{0,5m} = 15,34 \text{ s}^{-1},$$

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{BC_3}} = \frac{\overline{b'd'}}{\overline{b'c_3'}} \Rightarrow \overline{b'c_3'} = \frac{\overline{b'd'} \cdot \overline{BC_3}}{\overline{BD}} = \frac{7,8 \text{ cm} \cdot 0,4m}{1m} = 3,12 \text{ cm},$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{C3} + \vec{a}_k + \vec{a}_C^{C3}, \text{ где је: } a_k = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_C^{C3} = 2 \cdot 2,08 \text{ s}^{-1} \cdot 2,03 \frac{m}{s} = 8,65 \frac{m}{s^2},$$

$$\text{смер } \vec{a}_k \text{ је одређен на скици,}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_E + \vec{a}_{Cn}^E + \vec{a}_{Ct}^E, \text{ где је } a_{Cn}^E = \frac{(\vec{v}_C^E)^2}{\overline{CE}} = \frac{(0,84 \frac{m}{s})^2}{0,64m} = 1,1 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{Cn}^E // CE \text{ у смеру ка тачки Е.}$$

Интензитети убрзања

Размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{2 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети убрзања:

$$a_C = \overline{P_a c'} \cdot U_a = 0,48 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{2 \text{ cm}} = 2,4 \frac{m}{s^2},$$

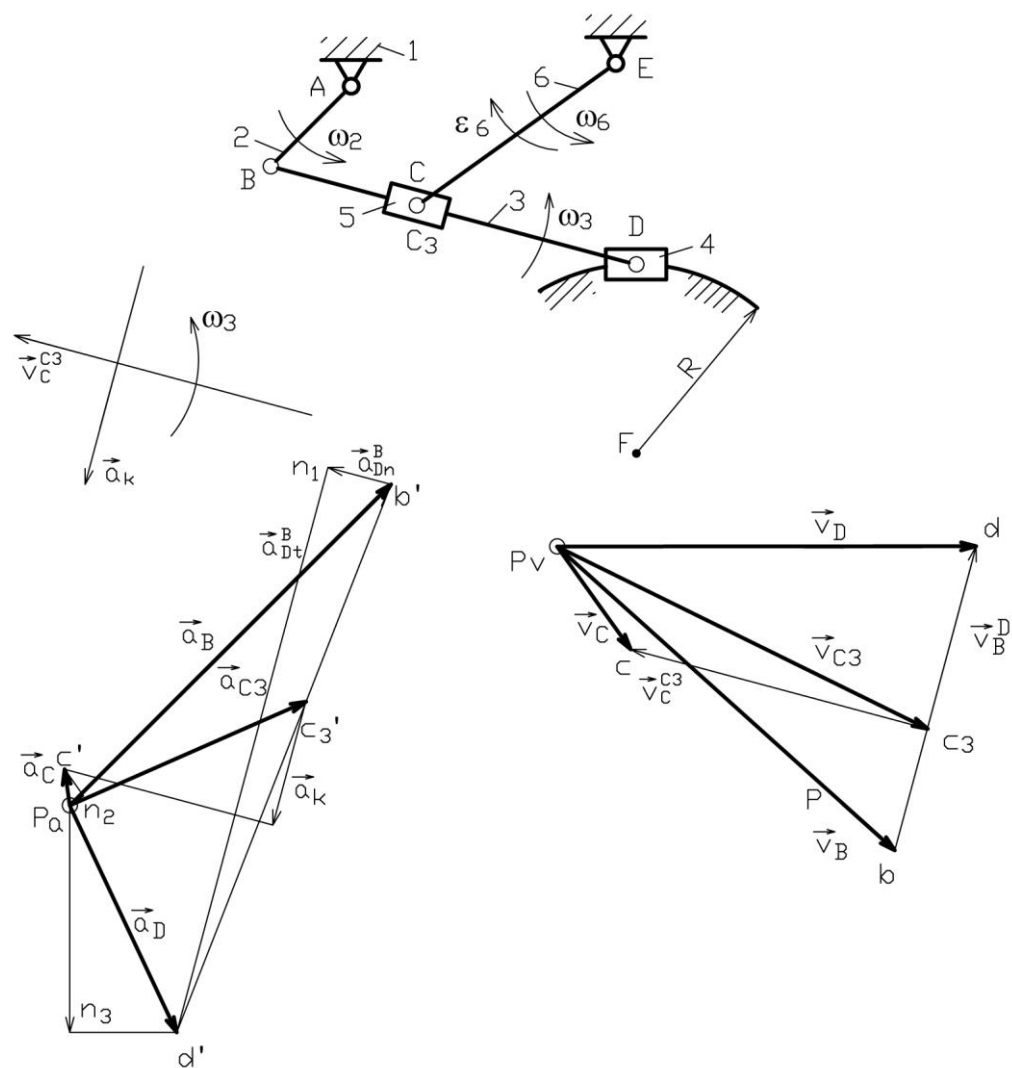
$$a_D = \overline{P_a d'} \cdot U_a = 3,3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{2 \text{ cm}} = 16,5 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{C3} = \overline{P_a c_3'} \cdot U_a = 3,4 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{2 \text{ cm}} = 17 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{Ct}^E = \overline{n_2 c'} \cdot U_a = 0,43 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{2 \text{ cm}} = 2,15 \frac{m}{s^2},$$

Угаоно убрзање

$$\varepsilon_6 = \frac{a_{Ct}^E}{\overline{EC}} = \frac{2,15 \frac{m}{s^2}}{0,64m} = 3,36 \text{ s}^{-2}, \text{ а смер је дат на слици.}$$

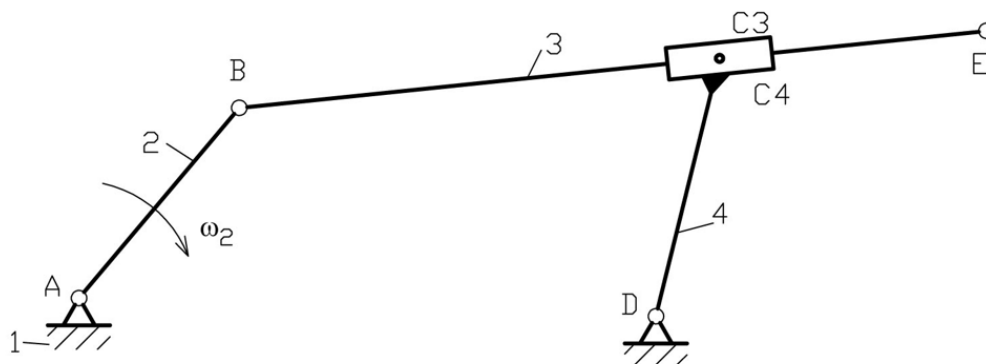


3. Одређивање кинематичких параметара клизних парова методом проширења

Задатак 3.1.

Одредити кинематичке параметре механизма ако су познати следећи подаци:

$$\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}, \varepsilon_2 = 0 \text{ s}^{-2}, U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}, U_v = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ cm}} \text{ i } U_a = \frac{10 \text{ m}}{1 \text{ cm}}.$$



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 3,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,31 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 6,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,61 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 3,3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,33 \text{ m}$$

$$\overline{BE} = 9,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,95 \text{ m}$$

$$\overline{BD} = 5,9 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,59 \text{ m}$$

$$\overline{CE} = 3,4 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,34 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,31 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 3,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B, \text{ где је } \vec{v}_{B4}^B // CB,$$

$$\vec{v}_{B4} = \vec{v}_D + \vec{v}_{B4}^D, \text{ где је } \vec{v}_{B4}^D \perp BD,$$

$$\vec{v}_{C4} = \vec{v}_{B4} + \vec{v}_{C4}^{B4}, \text{ где је } \vec{v}_{C4}^{B4} \perp CB,$$

$$\vec{v}_{C4} = \vec{v}_D + \vec{v}_{C4}^D, \text{ где је } \vec{v}_{C4}^D \perp CD,$$

$$\vec{v}_{C3} = \vec{v}_{C4} + \vec{v}_{C3}^{C4}, \text{ где је } \vec{v}_{C3}^{C4} // BC,$$

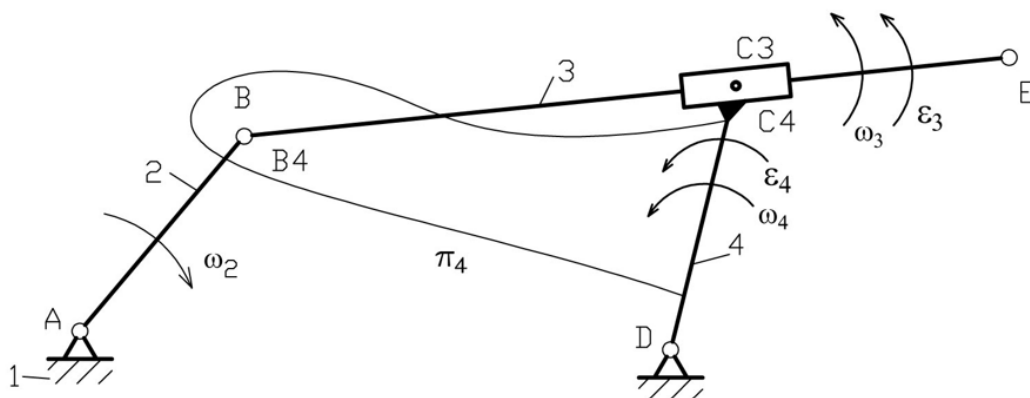
$$\vec{v}_{C3} = \vec{v}_B + \vec{v}_{C3}^B, \text{ где је } \vec{v}_{C3}^B \perp BC,$$

$$\frac{bc_3}{be} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow be = \frac{bc_3 \cdot BE}{BC} = \frac{2,74 \text{ cm} \cdot 9,5 \text{ cm}}{6,1 \text{ cm}} = 4,27 \text{ cm}.$$

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$\begin{aligned}
 v_{B_4}^B &= \overline{b_4 b} \cdot U_v = 3,57 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 3,57 \frac{m}{s}, \\
 v_E &= \overline{P_v e} \cdot U_v = 2,96 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,96 \frac{m}{s}, \\
 v_{B_4}^D &= \overline{P_v b_4} \cdot U_v = 2,64 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,64 \frac{m}{s}, \\
 v_{C_4}^{B_4} &= \overline{c_4 b_4} \cdot U_v = 2,74 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,74 \frac{m}{s}, \\
 v_{C_4}^D &= \overline{P_v c_4} \cdot U_v = 1,5 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 1,5 \frac{m}{s}, \\
 v_{C_4}^{C_3} &= \overline{c_4 c_3} \cdot U_v = 3,57 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 3,57 \frac{m}{s}, \\
 v_{C_3}^B &= \overline{c_3 b} \cdot U_v = 2,74 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,74 \frac{m}{s}, \\
 v_{B_4} &= \overline{P_v b_4} \cdot U_v = 2,64 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,64 \frac{m}{s}, \\
 v_{C_3} &= \overline{P_v c_3} \cdot U_v = 2,21 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,21 \frac{m}{s}, \\
 v_{C_4} &= \overline{P_v c_4} \cdot U_v = 1,5 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 1,5 \frac{m}{s}, \\
 v_E &= \overline{P_v e} \cdot U_v = 2,96 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,96 \frac{m}{s}.
 \end{aligned}$$



Угаона брзина члана 3 је

$$\omega_3 = \frac{v_{C_3}^B}{CB} = \frac{2,74 \frac{m}{s}}{0,61m} = 4,49 \text{ s}^{-1}, \text{ а смер је одређен смером брзине } v_{C_3}^B.$$

Интензитет угаоне брзине је $\omega_4 = \frac{v_{C_4}}{CD} = \frac{1,5 \frac{m}{s}}{0,33m} = 4,54 \text{ s}^{-1}$, а смер је одређен смером брзине $\vec{v}_{C_4}$.

Једначине за убрзање

$$a_B = \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 0,31m \cdot (10 \text{ s}^{-1})^2 = 31 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{B_4} = \vec{a}_B + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{B_4}^B, \vec{a}_{B_4}^B // CB,$$

$$\vec{a}_{k1} = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{B4}^B = 2 \cdot 4,49s^{-1} \cdot 3,57 \frac{m}{s} = 32,06 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{B4} = \vec{a}_D + \vec{a}_{B4}^D n + \vec{a}_{B4}^D t, \vec{a}_{B4}^D n // BD \text{ у смеру ка тачки D,}$$

$$a_{B4}^D n = \frac{(v_{B4}^D)^2}{BD} = \frac{(2,64 \frac{m}{s})^2}{0,59m} = 11,82 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{B4}^D t \perp BD,$$

$$\vec{a}_{C4} = \vec{a}_{B4} + \vec{a}_{C4n}^{B4} + \vec{a}_{C4t}^{B4},$$

$$a_{C4n}^{B4} = \frac{(v_{C4}^{B4})^2}{CB} = \frac{(2,74 \frac{m}{s})^2}{0,61m} = 12,3 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{C4n}^{B4} // CB \text{ у смеру ка тачки B}_4 \text{ i } \vec{a}_{C4t}^{B4} \perp CB$$

$$\vec{a}_{C4} = \vec{a}_D + \vec{a}_{C4n}^D + \vec{a}_{C4t}^D,$$

$$a_{C4n}^D = \frac{(v_{C4}^D)^2}{CD} = \frac{(1,5 \frac{m}{s})^2}{0,33m} = 6,82 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{C4n}^D // CD \text{ у смеру ка тачки D i } \vec{a}_{C4t}^D \perp CD,$$

$$\vec{a}_{C3} = \vec{a}_{C4} + \vec{a}_{k2} + \vec{a}_{C3}^{C4}, \vec{a}_{C3}^{C4} // CB,$$

$$a_{k2} = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{C3}^{C4} = 2 \cdot 4,49s^{-1} \cdot 3,57 \frac{m}{s} = 32,06 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{C3} = \vec{a}_B + \vec{a}_{C3}^B n + \vec{a}_{C3}^B t,$$

$$a_{C3}^B n = \frac{(v_{C3}^B)^2}{CB} = \frac{(2,74 \frac{m}{s})^2}{0,61m} = 12,3 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{C3n}^B // CB \text{ у смеру ка тачки B i } \vec{a}_{C3t}^B \perp CB,$$

$$\frac{b'e'}{b'e'} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow \overline{b'e'} = \frac{b'c'_3 \cdot BE}{BC} = \frac{5,93cm \cdot 9,5cm}{6,1cm} = 9,23cm.$$

Интензитети убрзања

Размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 cm}$, из којег су одређују интензитети убрзања:

$$a_E = \overline{P_a e'} \cdot U_a = 8,03 cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 cm} = 80,3 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{C3} = \overline{P_a c'_3} \cdot U_a = 5,03 cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 cm} = 50,3 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{C4} = \overline{P_a c'_4} \cdot U_a = 3,32 cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 cm} = 33,2 \frac{m}{s^2},$$

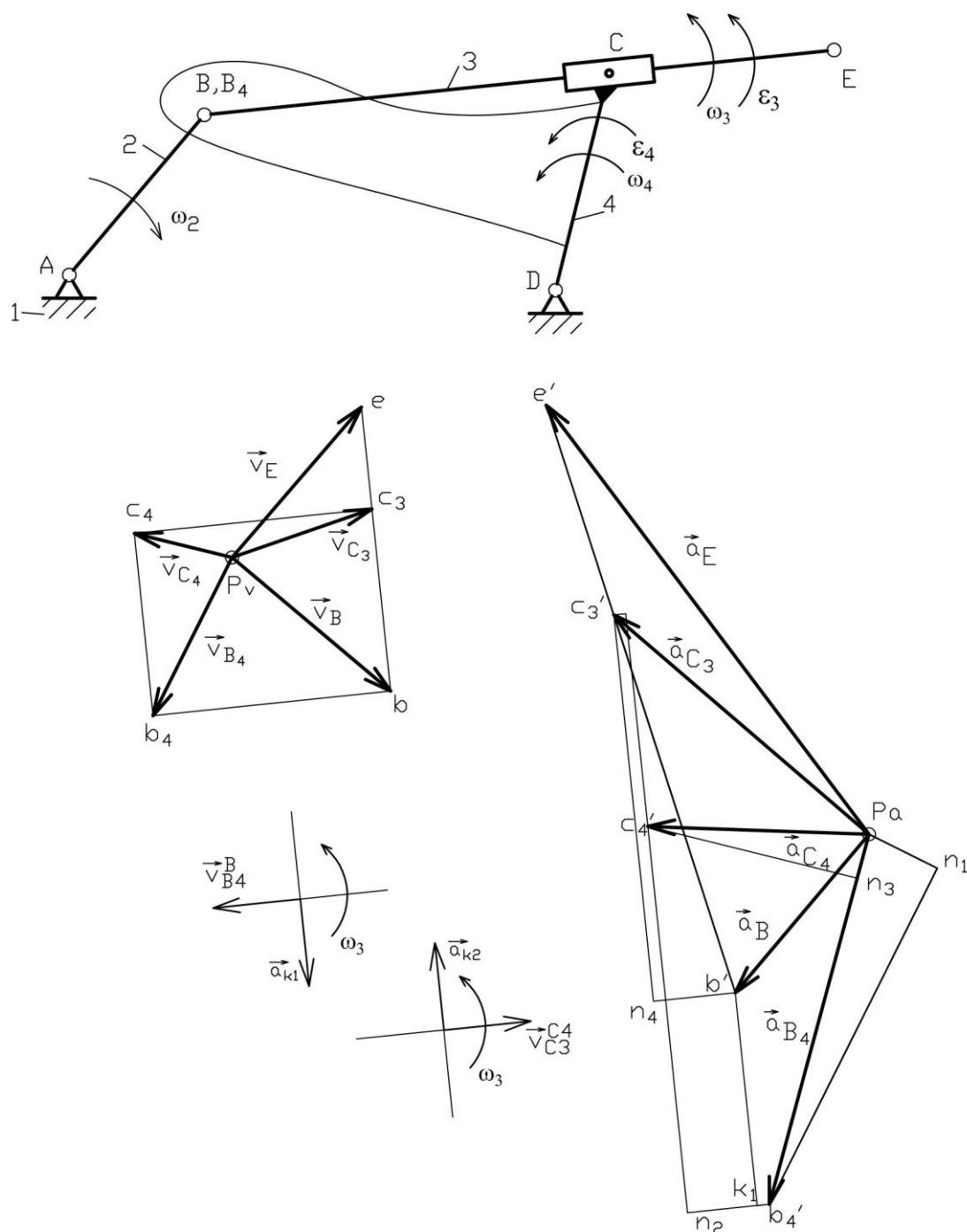
$$a_{C3}^B t = \overline{n_4 c'_3} \cdot U_a = 5,81 cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 cm} = 58,1 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{C4}^D t = \overline{n_3 c'_4} \cdot U_a = 3,24 cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 cm} = 32,4 \frac{m}{s^2}.$$

Угаона убрзања

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{C3}^B t}{BC} = \frac{58,1 \frac{m}{s^2}}{0,61m} = 95,2 s^{-2}, \text{ а смер одговара смеру вектора } a_{C3}^B t.$$

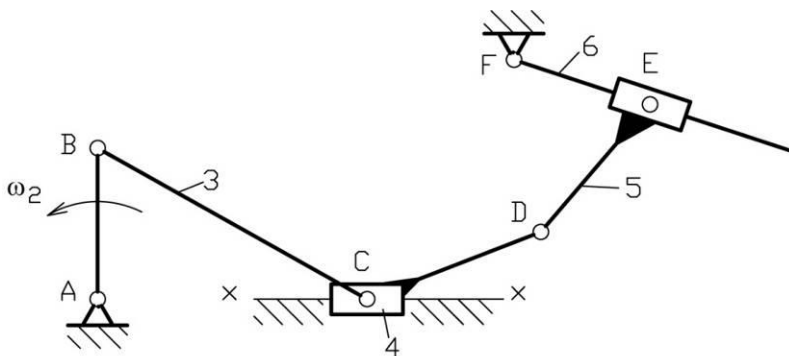
$$\varepsilon_4 = \frac{a_{C4}^D t}{CD} = \frac{32,4 \frac{m}{s^2}}{0,33m} = 98,2 s^{-2}, \text{ а смер одговара смеру вектора } a_{C4}^D t.$$



Задатак 3.2.

Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака, угаону брзину и угаоно убрзање чланова. Дати су подаци: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$ и $\varepsilon_2 = 0$. Препоручене размере су:

$$U_v = \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} \text{ i } U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}}.$$



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= 2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,2 \text{ m} \\ \overline{BC} &= 4,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,41 \text{ m} \\ \overline{CD} &= 2,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,25 \text{ m} \\ \overline{DE} &= 2,22 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,22 \text{ m} \\ \overline{DF} &= 2,3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,23 \text{ m} \\ \overline{FE} &= 1,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,18 \text{ m}\end{aligned}$$

Једначине за брзине

$$\begin{aligned}v_B &= \overline{AB} \cdot \omega_2 = 0,2 \text{ m} \cdot 20 \text{ s}^{-1} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp \overline{BA}, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \text{ где је } \vec{v}_C^B \perp \overline{CB}, \\ \vec{v}_C & // x-x, \\ \vec{v}_D &= \vec{v}_C, \\ \vec{v}_{D6} &= \vec{v}_D + \vec{v}_{D6}^D, \text{ где је } \vec{v}_{D6}^D // \overline{FE}, \\ \vec{v}_{D6} &= \vec{v}_F + \vec{v}_{D6}^F, \text{ где је } \vec{v}_{D6}^F \perp \overline{FD}, \\ \vec{v}_{E6} &= \vec{v}_{D6} + \vec{v}_{E6}^{D6}, \text{ где је } \vec{v}_{E6}^{D6} \perp \overline{DE}, \\ \vec{v}_{E6} &= \vec{v}_F + \vec{v}_{E6}^F, \text{ где је } \vec{v}_{E6}^F \perp \overline{EF}, \\ \vec{v}_E &= \vec{v}_{E6} + \vec{v}_E^{E6}, \text{ где је } \vec{v}_E^{E6} // \overline{EF}, \\ \vec{v}_E &= \vec{v}_D + \vec{v}_E^D, \text{ где је } \vec{v}_E^D \perp \overline{ED}.\end{aligned}$$

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$\begin{aligned}v_C &= v_D = \overline{P_{vc}} \cdot U_v = 4 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ v_E &= \overline{P_{ve}} \cdot U_v = 2,63 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}} = 2,63 \frac{\text{m}}{\text{s}},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_E^D &= \overline{ed} \cdot U_v = 2,65 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,65 \frac{m}{s}, \\
v_{E6}^{D6} &= \overline{e_6 d_6} \cdot U_v = 2,65 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,65 \frac{m}{s}, \\
v_{E6} &= \overline{P_v e_6} \cdot U_v = 2,26 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,26 \frac{m}{s}, \\
v_{D6} &= \overline{P_v d_6} \cdot U_v = 2,75 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 2,75 \frac{m}{s}, \\
v_D^{D6} &= \overline{d_6 d} \cdot U_v = 1,35 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 \text{ cm}} = 1,35 \frac{m}{s}, \\
v_E^F &= v_E = 2,63 \frac{m}{s}, \\
v_C^B &= 0.
\end{aligned}$$

Угаоне брзине

Интензитет угаоне брзине је $\omega_3 = \frac{\vec{v}_C^B}{CB} = \frac{0}{0,41 \text{ m}} = 0 \text{ s}^{-1}$.

Интензитет угаоне брзине је $\omega_5 = \omega_6 = \frac{v_E^D}{ED} = \frac{2,65 \frac{m}{s}}{0,22 \text{ m}} = 12,04 \text{ s}^{-1}$, а смер је одређен смером брзине $\vec{v}_E^D$.

Једначине за убрзање

$$a_B = AB \cdot \omega_2^2 = 0,2 \text{ m} \cdot (20 \text{ s}^{-1})^2 = 80 \frac{m}{s^2}, \text{ где је: } \vec{a}_B // AB \text{ у смеру ка тачки А.}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{(0)^2}{0,4 \text{ m}} = 0, \vec{a}_{Cn}^B // CB \text{ у смеру ка тачки В и}$$

$$\vec{a}_{Ct}^B \perp CB,$$

$$\vec{a}_C // x - x,$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C,$$

$$\vec{a}_{D6} = \vec{a}_D + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{D6}^D, \vec{a}_{D6}^D // FE,$$

$$\vec{a}_{k1} = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_{D6}^D = 2 \cdot 10,27 \text{ s}^{-1} \cdot 1,35 \frac{m}{s} = 27,73 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{D6} = \vec{a}_F + \vec{a}_{D6n}^F + \vec{a}_{D6t}^F,$$

$$\vec{a}_{D6}^F // DF \text{ у смеру ка тачки F, } a_{D6n}^F = \frac{(v_{D6}^F)^2}{DF} = \frac{(2,75 \frac{m}{s})^2}{0,23 \text{ m}} = 32,88 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{D6t}^F \perp DF,$$

$$\vec{a}_{E6} = \vec{a}_{D6} + \vec{a}_{E6n}^{D6} + \vec{a}_{E6t}^{D6}, \vec{a}_{E6}^{D6} // ED \text{ у смеру ка тачки D,}$$

$$a_{E6n}^{D6} = \frac{(v_{E6}^{D6})^2}{ED} = \frac{(2,65 \frac{m}{s})^2}{0,22 \text{ m}} = 31,92 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{E6t}^{D6} \perp DF,$$

$$\vec{a}_{E6} = \vec{a}_F + \vec{a}_{E6n}^F + \vec{a}_{E6t}^F, \vec{a}_{E6}^F // EF \text{ у смеру ка тачки F,}$$

$$a_{E6n}^F = \frac{(v_{E6}^F)^2}{EF} = \frac{(2,26 \frac{m}{s})^2}{0,18 \text{ m}} = 28,37 \text{ m/s}^2, \vec{a}_{E6t}^F \perp \overline{EF},$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_{E6} + \vec{a}_{k2} + \vec{a}_E^{E6}, \vec{a}_E^{E6} // FE,$$

$$a_{k2} = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_E^{E6} = 2 \cdot 10,27 \text{ s}^{-1} \cdot 1,35 \frac{m}{s} = 27,73 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{En}^D + \vec{a}_{Et}^D, \vec{a}_{En}^D // DE \text{ у смеру ка тачки D,}$$

$$a_{En}^D = \frac{(v_E^D)^2}{DE} = \frac{(2,65 \frac{m}{s})^2}{0,22 \text{ m}} = 31,92 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{Et}^D \perp DE.$$

Интензитети убрзања

Размера за план убрзања је $U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети убрзања:

$$a_C = a_D = \overline{P_a c'} \cdot U_a = 2,25 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 45 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{D6} = \overline{P_a d_6'} \cdot U_a = 4,97 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 99,4 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{E6} = \overline{P_a e_6'} \cdot U_a = 4,09 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 81,8 \frac{m}{s^2},$$

$$a_E = \overline{P_a e'} \cdot U_a = 6,33 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 126,6 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{Ct}^B = \overline{b'c'} \cdot U_a = 4,6 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 92 \frac{m}{s^2},$$

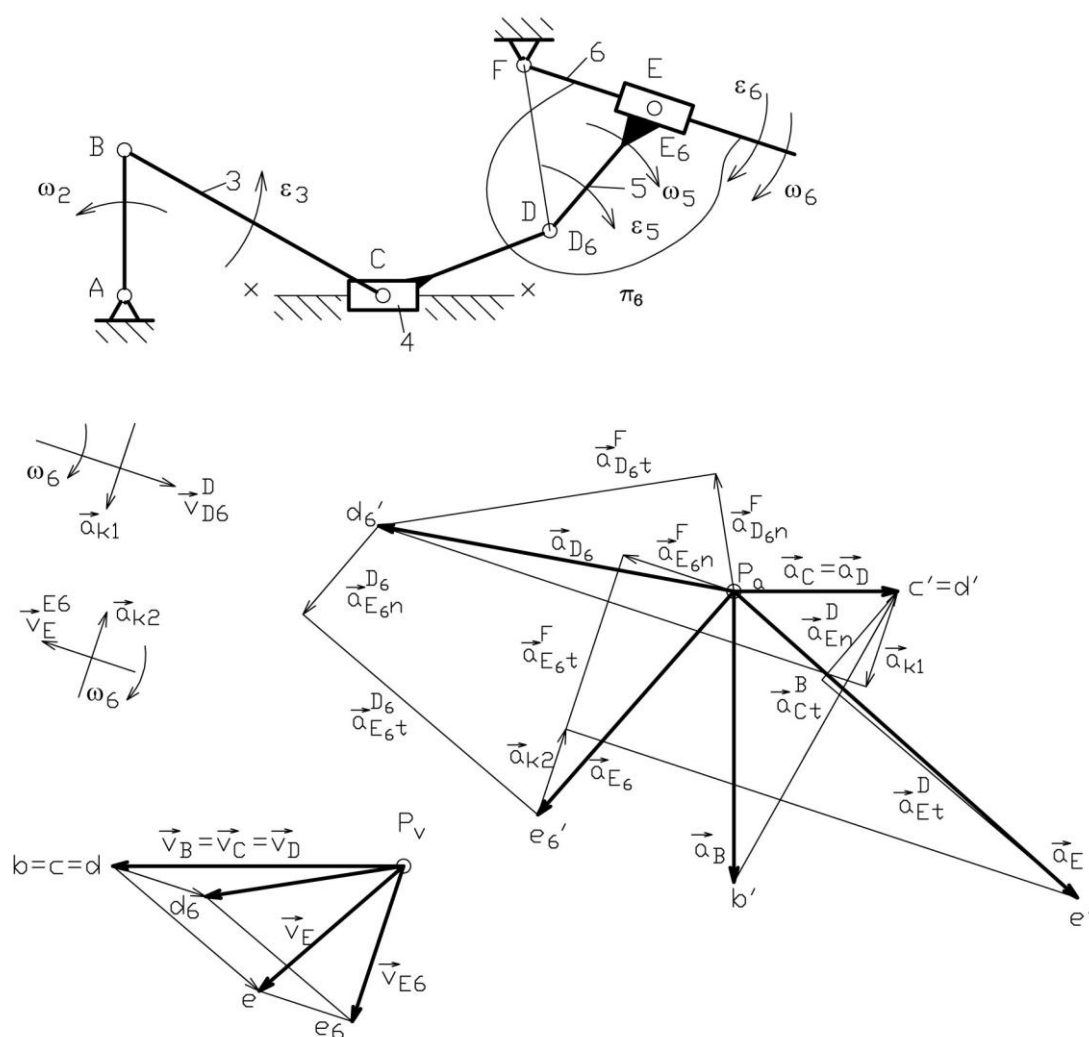
$$a_{Et}^D = \overline{ne'} \cdot U_a = 4,62 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 92,4 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{E6t}^F = \overline{ne_6'} \cdot U_a = 3,72 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{0,5 \text{ cm}} = 74,4 \frac{m}{s^2}.$$

Угаона убрзања

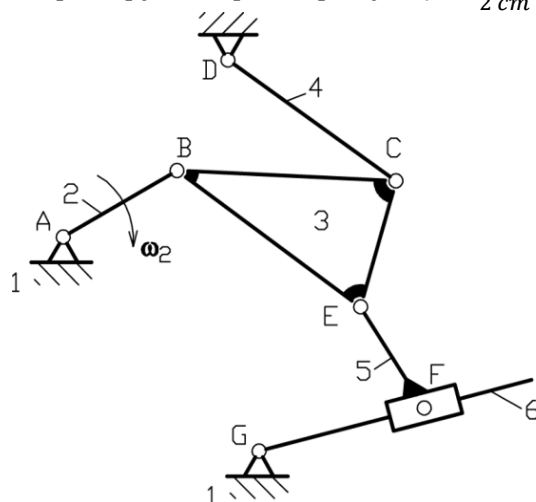
Угаоно убрзање $\varepsilon_3 = \frac{a_{Ct}^B}{\overline{BC}} = \frac{92 \frac{m}{s^2}}{0,41 \text{ m}} = 224,4 \text{ s}^{-2}$, у смеру супротном од кретања казаљке на сату.

Угаоно убрзање $\varepsilon_5 = \varepsilon_6 = \frac{a_{Et}^D}{\overline{ED}} = \frac{92,4 \frac{m}{s^2}}{0,22 \text{ m}} = 420 \text{ s}^{-2}$, у смеру кретања казаљке на сату.



Задатак 3.3.

Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми која нацртаној у размери $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}}$. Погонски члан 2 се обрће једноликом угаоном брзином $\omega_2 = 5 \text{ s}^{-1}$. Одредити брзине кинематичких тачака, убрзање тачке Е, угаону брзину и угаоно убрзање члана 6. Препоручене размере су $U_v = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{2 \text{ m}}{0,5 \text{ cm}}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 1,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,36 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,6 \text{ m}$$

$$\overline{BE} = 3,12 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,62 \text{ m}$$

$$\overline{CE} = 1,78 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,36 \text{ m}$$

$$\overline{DC} = 2,82 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,56 \text{ m}$$

$$\overline{FE} = 1,62 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,32 \text{ m}$$

$$\overline{FG} = 2,34 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{0,5 \text{ cm}} = 0,47 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,36 \text{ m} \cdot 5 \text{ s}^{-1} = 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp BC,$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_C^D, \vec{v}_C^D \perp DC,$$

$$\vec{v}_E = \vec{v}_B + \vec{v}_E^B, \vec{v}_E^B \perp EB,$$

$$\vec{v}_E = \vec{v}_C + \vec{v}_E^C, \vec{v}_E^C \perp EC,$$

$$\vec{v}_{E6} = \vec{v}_G + \vec{v}_{E6}^G, \vec{v}_{E6}^G \perp E6G,$$

$$\vec{v}_{E6} = \vec{v}_E + \vec{v}_{E6}^E, \vec{v}_{E6}^E // GF6,$$

$$\vec{v}_{F6} = \vec{v}_G + \vec{v}_{F6}^G, \vec{v}_{F6}^G \perp GF6,$$

$$\vec{v}_{F6} = \vec{v}_{E6} + \vec{v}_{F6}^{E6}, \vec{v}_{F6}^{E6} \perp F6E6,$$

$$\vec{v}_F = \vec{v}_{F6} + \vec{v}_F^{F6}, \vec{v}_F^{F6} // GF,$$

$$\vec{v}_F = \vec{v}_E + \vec{v}_F^E, \vec{v}_F^E \perp FE.$$

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{2 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзина:

$$v_C = \overline{P_v C} \cdot U_v = 3,63 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 1,81 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_E = \overline{P_v E} \cdot U_v = 5,9 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,95 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_C^B = \overline{cb} \cdot U_v = 6,1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 3,05 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_C^D = \overline{cd} \cdot U_v = 3,63 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 1,81 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_E^B = \overline{eb} \cdot U_v = 6,33 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 3,16 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_E^C = \overline{ec} \cdot U_v = 3,60 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 1,8 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_F^E = \overline{fe} \cdot U_v = 1,70 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 0,85 \frac{m}{s},$$

$$v_{E6}^E = \overline{e_6e} \cdot U_v = 6,32 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 3,16 \frac{m}{s},$$

$$v_{F6}^{E6} = \overline{f_6e_6} \cdot U_v = 0,47 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 0,235 \frac{m}{s},$$

$$v_{F6} = \overline{P_v f_6} \cdot U_v = 0,675 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 0,337 \frac{m}{s},$$

$$v_F = \overline{P_v f} \cdot U_v = 6,36 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 3,18 \frac{m}{s}.$$

Угаоне брзине чланова 3 и 6

$$\omega_3 = \frac{v_C^B}{CB} = \frac{3,05 \frac{m}{s}}{0,6m} = 5,08 \text{ s}^{-1}, \text{ а смер је дат на слици.}$$

$$\omega_6 = \frac{v_{F6}}{GF_6} = \frac{0,337 \frac{m}{s}}{0,48m} = 0,70 \text{ s}^{-1}$$

Једначине за убрзања

$$a_B = AB \cdot \omega_2^2 = 0,36m \cdot (5 \text{ s}^{-1})^2 = 9 \frac{m}{s^2}, \text{ где је: } \vec{a}_B // \overline{AB} \text{ у смеру ка тачки А}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, \vec{a}_{Cn}^B // CB \text{ од тачке С ка В, } \vec{a}_{Ct}^B \perp CB,$$

$$a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{(3,05 \frac{m}{s})^2}{0,6m} = 15,5 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{Cn}^D + \vec{a}_{Ct}^D, \vec{a}_{Cn}^D // CD \text{ од тачке С ка D, } \vec{a}_{Ct}^D \perp CD,$$

$$a_{Cn}^D = \frac{(v_C^D)^2}{CD} = \frac{(1,81 \frac{m}{s})^2}{0,56m} = 5,85 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_B + \vec{a}_{En}^B + \vec{a}_{Et}^B, \vec{a}_{En}^B // EB \text{ од тачке С ка В, } \vec{a}_{Et}^B \perp EB,$$

$$a_{En}^B = \frac{(v_E^B)^2}{EB} = \frac{(3,16 \frac{m}{s})^2}{0,624m} = 16,00 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_C + \vec{a}_{En}^C + \vec{a}_{Et}^C, \vec{a}_{En}^C // EB \text{ од тачке С ка В, } \vec{a}_{Et}^C \perp EB,$$

$$a_{En}^C = \frac{(v_E^C)^2}{EC} = \frac{(1,8 \frac{m}{s})^2}{0,356m} = 9,1 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{E6} = \vec{a}_G + \vec{a}_{E6n}^G + \vec{a}_{E6t}^G, \vec{a}_{E6n}^G // EG \text{ од тачке E}_6 \text{ ка G, } \vec{a}_{E6t}^G \perp EG,$$

$$a_{E6n}^G = \frac{(v_{E6}^G)^2}{E_6G} = \frac{(0,345 \frac{m}{s})^2}{0,48m} = 0,25 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{E6} = \vec{a}_E + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{E6}^E,$$

$$a_{k1} = 2 \cdot \omega_6 \cdot v_{E6}^E = 2 \cdot 0,7 \text{ s}^{-1} \cdot 3,16 \frac{m}{s} = 4,42 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{F6} = \vec{a}_G + \vec{a}_{F6n}^G + \vec{a}_{F6t}^G, \vec{a}_{F6n}^G // FG \text{ од тачке F}_6 \text{ ка G, } \vec{a}_{F6t}^G \perp FG,$$

$$a_{F6n}^G = \frac{(v_{F6}^G)^2}{F_6G} = \frac{(0,337 \frac{m}{s})^2}{0,47m} = 0,25 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_{F6} = \vec{a}_{E6} + \vec{a}_{F6n}^{E6} + \vec{a}_{F6t}^{E6}, \vec{a}_{F6n}^{E6} // EF \text{ од F ка E, } \vec{a}_{F6t}^{E6} \perp EF,$$

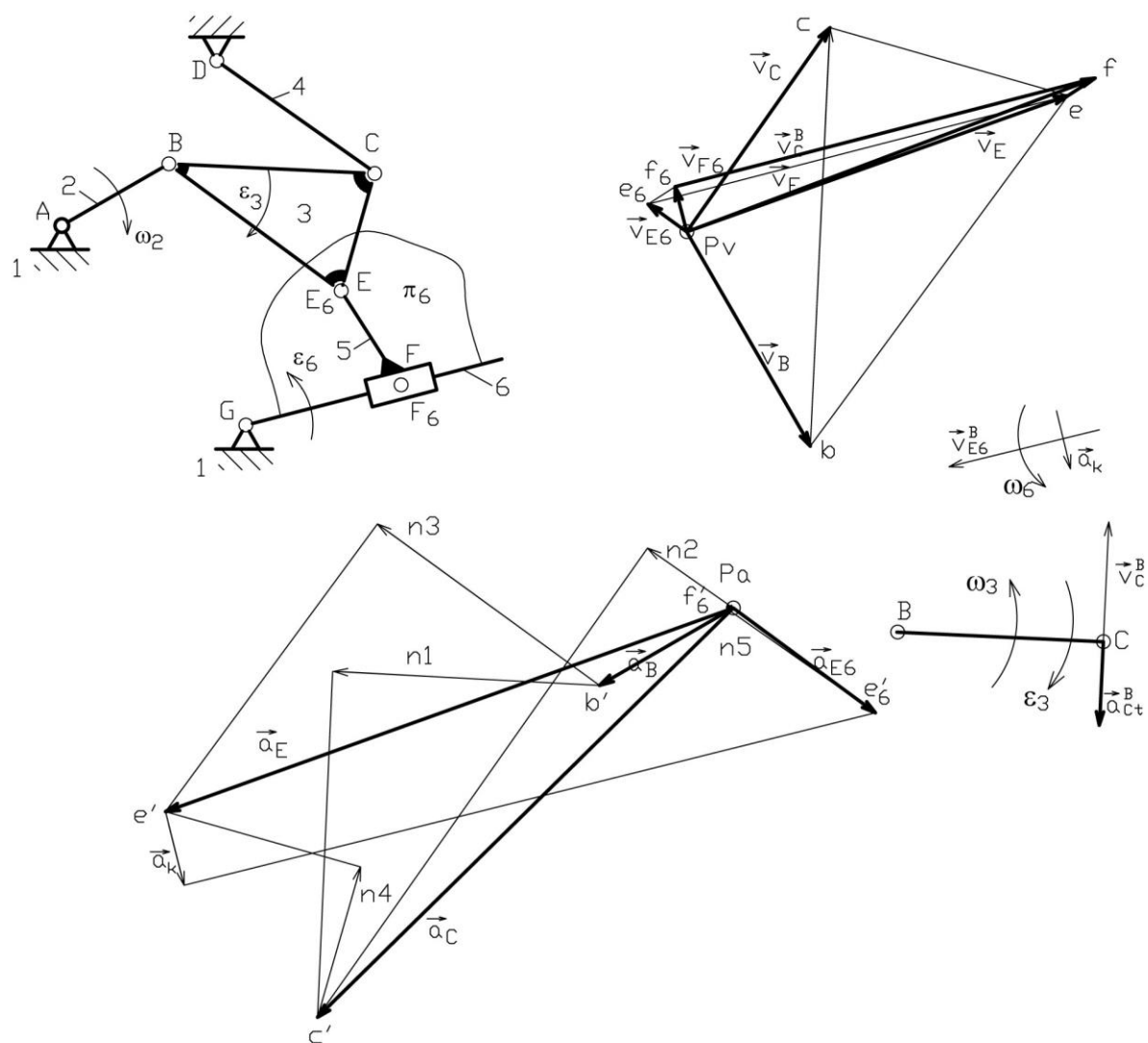
$$a_{F6n}^{E6} = \frac{(v_{F6}^{E6})^2}{F_6E_6} = \frac{(0,235 \frac{m}{s})^2}{0,32m} = 0,17 \frac{m}{s^2}.$$

Угаоно убрзање чланова 3 и 6

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{Ct}^B}{CB} = \frac{20,16 \frac{m}{s^2}}{0,6m} = 33,6 s^{-2}, \text{ а смер је дат на слици,}$$

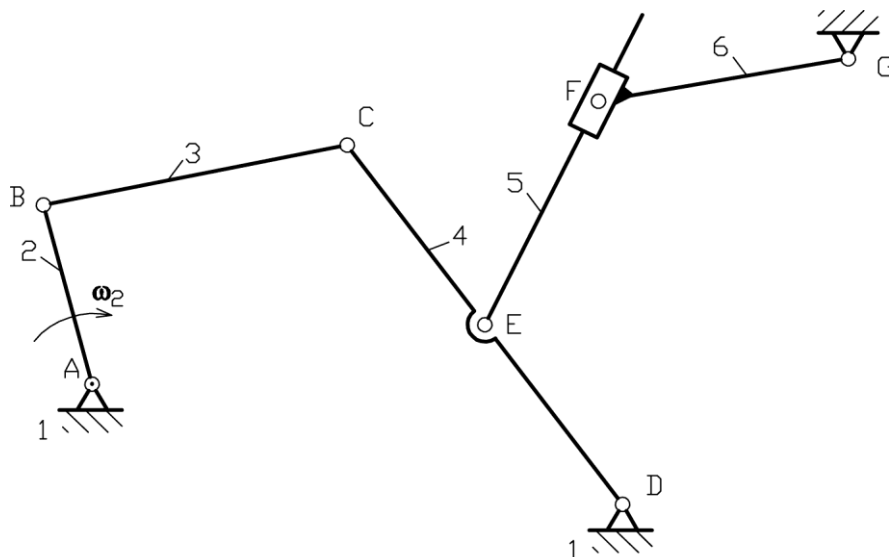
$$a_{Ct}^B = \overline{n_1 c} \cdot U_a = 5,04 cm \cdot \frac{2 \frac{m}{s^2}}{0,5 cm} = 20,16 \frac{m}{s^2},$$

$$\varepsilon_6 = \frac{a_{F6t}^G}{F_6 G} = \frac{0,12 \frac{m}{s^2}}{0,46 m} = 0,26 s^{-2}.$$



Задатак 3.4.

Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми која нацртаној у размери $U_L = \frac{10 cm}{1 cm}$. Погонски члан 2 се обрће једноликом угаоном брзином $\omega_2 = 15 s^{-1}$. Одредити брзину тачке F, убрзање тачке E, и угаону брзину и угаоно убрзање члана 4. Препоручене размере су $U_v = \frac{1 m}{2 cm}$ и $U_a = \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 cm}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 2,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,25 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 4,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,41 \text{ m}$$

$$\overline{CE} = 3,02 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,302 \text{ m}$$

$$\overline{ED} = 3,02 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,302 \text{ m}$$

$$\overline{EF} = 3,4 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,34 \text{ m}$$

$$\overline{FG} = 3,3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,33 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,25 \text{ m} \cdot 15 \text{ s}^{-1} = 3,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp BC,$$

$$\vec{v}_C \perp CD,$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{CP_v}}{\overline{ce}} \Rightarrow \overline{ce} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{P_v c}}{\overline{CD}} = \frac{0,302 \text{ m} \cdot 8,3 \text{ cm}}{0,605 \text{ m}} = 4,15 \text{ cm},$$

$$\vec{v}_{G5} = \vec{v}_G + \vec{v}_{G5}^G, \vec{v}_{G5}^G // EF5,$$

$$\vec{v}_{G5} = \vec{v}_E + \vec{v}_{G5}^E, \vec{v}_{G5}^E \perp G5E,$$

$$\vec{v}_{F5} = \vec{v}_E + \vec{v}_{F5}^E, \vec{v}_{F5}^E \perp F5E,$$

$$\vec{v}_{F5} = \vec{v}_{G5} + \vec{v}_{F5}^{G5}, \vec{v}_{F5}^{G5} \perp F5G5,$$

$$\vec{v}_F = \vec{v}_{F5} + \vec{v}_F^{F5}, \vec{v}_F^{F5} // EF5,$$

$$\vec{v}_F = \vec{v}_G + \vec{v}_F^G, \vec{v}_F^G \perp FG.$$

Интензитети брзина

$$v_C = \overline{P_v c} \cdot U_v = 8,3 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 4,15 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_E = \overline{P_v e} \cdot U_v = 4,15 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} = 2,07 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_F = \overline{P_v f} \cdot U_v = 1,16 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 0,58 \frac{m}{s},$$

$$v_C^B = \overline{cb} \cdot U_v = 3,1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 1,55 \frac{m}{s}.$$

Угаона брзина члана

$$\omega_4 = \frac{v_C}{\overline{DC}} = \frac{4,15 \frac{m}{s}}{0,6m} = 6,91 \text{ s}^{-1}, \text{ смер је одређен на основу смера брзине тачке C.}$$

Једначине за убрзања

$$a_B = AB \cdot \omega_2^2 = 0,25m \cdot (15 \text{ s}^{-1})^2 = 56,25 \frac{m}{s^2}, \text{ где је: } \vec{a}_B // AB \text{ у смеру ка тачки A}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, \vec{a}_{Cn}^B // BC \text{ усмерено од C ка B,}$$

$$a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{(1,55 \frac{m}{s})^2}{0,4m} = 6,05 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_D + \vec{a}_{Cn}^D + \vec{a}_{Ct}^D,$$

$$a_{Cn}^D = \frac{(v_C^D)^2}{CD} = \frac{(4,15 \frac{m}{s})^2}{0,6m} = 28,70 \frac{m}{s^2},$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{c'd'}}{\overline{c'e'}} \Rightarrow \overline{c'e'} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{c'd'}}{\overline{CD}} = \frac{0,302m \cdot 3,3cm}{0,605m} = 1,65cm.$$

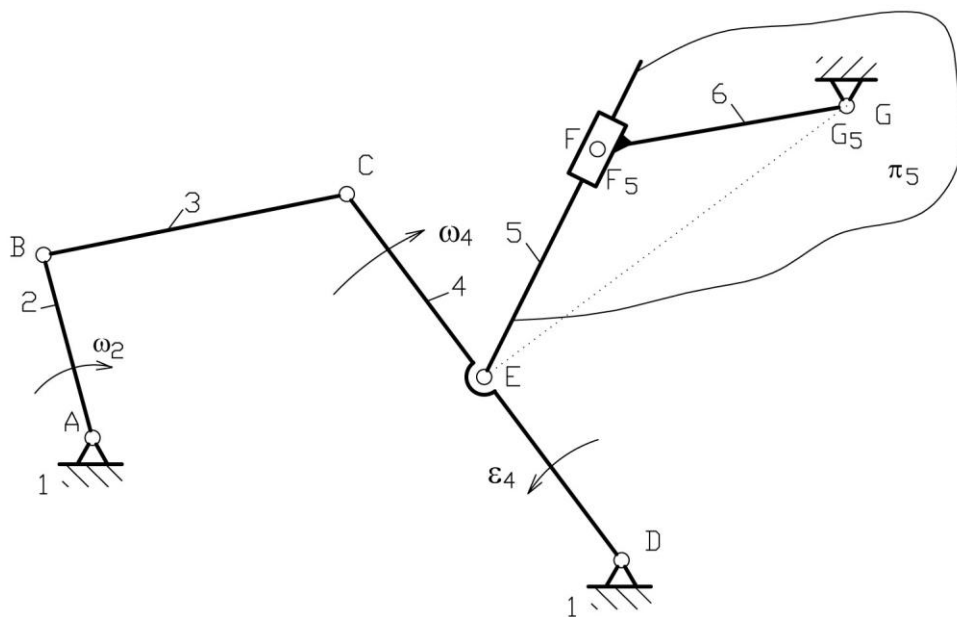
Интензитет убрзања тачке E

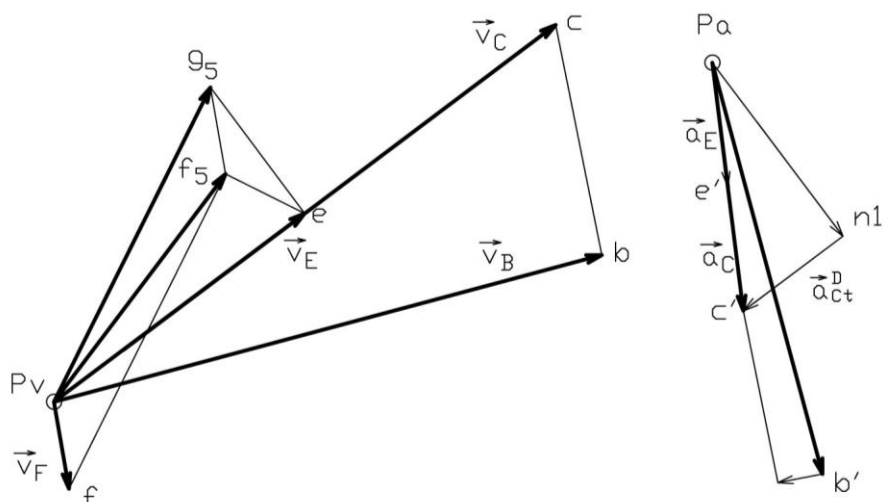
$$a_E = \overline{P_a e'} \cdot U_a = 1,653 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}} = 16,53 \frac{m}{s^2}$$

Угаоно убрзање члана 4

$$a_{Ct}^D = \overline{n_1 c'} \cdot U_a = 1,645 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}} = 16,45 \frac{m}{s^2},$$

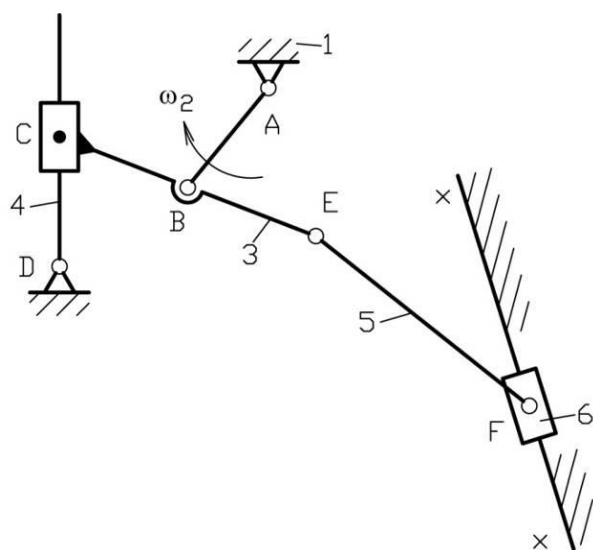
$$\varepsilon_4 = \frac{a_{Ct}^D}{\overline{CD}} = \frac{20,16 \frac{m}{s^2}}{0,605} = 33,32 \text{ s}^{-2}, \text{ а смер је дат на слици.}$$



**Задатак 3.5.**

Одредити брзине и убрзања кинематичких тачака, угаону брзину и угаоно убрзање члана 5. Дати су подаци: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$. Препоручене размере су:

$$U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}} \text{ i } U_a = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ cm}}.$$

**Решење задатка**

Геометријски параметри механизма

$$\overline{DC} = 1,7 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,17 \text{ m}$$

$$\overline{CB} = 18,3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,183 \text{ m}$$

$$\overline{BE} = 18,3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,183 \text{ m}$$

$$\overline{AB} = 13,32 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,17 \text{ m}$$

$$\overline{EF} = 3,62 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,362 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$\begin{aligned}
v_B &= AB \cdot \omega_2 = 0,17m \cdot 10s^{-1} = 1,7 \frac{m}{s}, \\
\vec{v}_{B4} &= \vec{v}_B + \vec{v}_{B4}^B, \vec{v}_{B4}^B // CD, \\
\vec{v}_{B4} &= \vec{v}_D + \vec{v}_{B4}^D, \vec{v}_{B4}^D \perp BD, \\
\vec{v}_{C4} &= \vec{v}_{B4} + \vec{v}_{C4}^{B4}, \vec{v}_{C4}^{B4} \perp CB, \\
\vec{v}_{C4} &= \vec{v}_D + \vec{v}_{C4}^D, \vec{v}_{C4}^D \perp CD, \\
\vec{v}_C &= \vec{v}_{C4} + \vec{v}_C^{C4}, \vec{v}_C^{C4} // CD, \\
\vec{v}_C &= \vec{v}_{\vec{c}B} + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp CB, \\
\frac{\overline{CE}}{\overline{CB}} &= \frac{\overline{ce}}{\overline{cb}} \Rightarrow \overline{ce} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{cb}}{\overline{CB}} = \frac{36,6cm \cdot 4,61cm}{18,3cm} = 9,22cm, \\
\vec{v}_F &= \vec{v}_E + \vec{v}_F^E, \vec{v}_F^E \perp FE, \\
\vec{v}_F & // x - x.
\end{aligned}$$

Интензитети брзина

$$\begin{aligned}
v_C &= \overline{P_v c} \cdot U_v = 4,8cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2cm} = 2,4 \frac{m}{s}, \\
v_F &= \overline{P_v f} \cdot U_v = 5,79cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2cm} = 2,89 \frac{m}{s}, \\
v_E &= \overline{P_v e} \cdot U_v = 6,52cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2cm} = 3,26 \frac{m}{s}, \\
v_F^E &= \overline{f e} \cdot U_v = 1,17cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2cm} = 0,585 \frac{m}{s}, \\
v_{C4}^B &= \overline{P_v b_4} \cdot U_v = 2,7cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2cm} = 1,35 \frac{m}{s}, \\
v_C^{C4} &= \overline{cc_4} \cdot U_v = 2,16cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2cm} = 1,08 \frac{m}{s}, \\
v_{B4}^B &= \overline{bb_4} \cdot U_v = 2,16cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2cm} = 1,08 \frac{m}{s}.
\end{aligned}$$

Угаоне брзине члана 4 и 5

$$\omega_4 = \frac{v_{C4}^D}{\overline{CD}} = \frac{2,15 \frac{m}{s}}{0,17m} = 12,65s^{-1}, \omega_5 = \frac{v_F^E}{\overline{EF}} = \frac{0,585 \frac{m}{s}}{0,36m} = 1,625s^{-1}.$$

Једначине за убрзања

$$\begin{aligned}
a_B &= AB \cdot \omega_2^2 = 0,17m \cdot (10s^{-1})^2 = 17 \frac{m}{s^2}, \\
\vec{a}_{B4} &= \vec{a}_B + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_{B4}^B, \\
a_{k1} &= 2 \cdot \omega_4 \cdot v_{B4}^B = 2 \cdot 12,65s^{-1} \cdot 1,08 \frac{m}{s} = 27,3 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{B4}^B // CD, \\
\vec{a}_{B4} &= \vec{a}_D + \vec{a}_{B4n}^D + \vec{a}_{B4t}^D, \\
a_{B4n}^D &= \frac{(v_{B4}^D)^2}{\overline{DB_4}} = \frac{\left(2,5 \frac{m}{s}\right)^2}{0,2m} = 31,25 \frac{m}{s^2} \vec{a}_{B4n}^D // BD, \vec{a}_{B4t}^D \perp BD,
\end{aligned}$$

$$\vec{a}_{C4} = \vec{a}_{B4} + \vec{a}_{C4n}^{B4} + \vec{a}_{C4t}^{B4}, a_{C4n}^{B4} = \frac{(v_{C4}^{B4})^2}{CB_4} = \frac{(2,3 \frac{m}{s})^2}{0,183m} = 28,9 \frac{m}{s^2} \vec{a}_{C4n}^{B4} // CB, \vec{a}_{C4t}^{B4} \perp CB,$$

$$\vec{a}_{C4} = \vec{a}_D + \vec{a}_{C4n}^D + \vec{a}_{C4t}^D, a_{C4n}^D = \frac{(v_{C4}^D)^2}{CD} = \frac{(2,15 \frac{m}{s})^2}{0,17m} = 27,19 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{C4n}^D // CD, \vec{a}_{C4t}^D \perp CD,$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{C4} + \vec{a}_{k2} + \vec{a}_C^{C4}, a_{k2} = 2 \cdot \omega_4 \cdot v_C^{C4} = 2 \cdot 12,65s^{-1} \cdot 1,08 \frac{m}{s} = 27,3 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, a_{C4n}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{(2,3 \frac{m}{s})^2}{0,183m} = 28,9 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{Cn}^B // CB, \vec{a}_{Ct}^B \perp CB,$$

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{c'e'}}{\overline{c'b'}} \Rightarrow \overline{c'e'} = \frac{\overline{CE} \cdot \overline{c'b'}}{\overline{CB}} = \frac{36,6cm \cdot 7,83cm}{18,3cm} = 15,6cm,$$

$$\vec{a}_F = \vec{a}_E + \vec{a}_{Fn}^E + \vec{a}_{Ft}^E, a_{Fn}^E = \frac{(v_F^E)^2}{EF} = \frac{(0,585 \frac{m}{s})^2}{0,36m} = 0,95 \frac{m}{s^2},$$

$$\vec{a}_F // x - x.$$

Вредности убрзања тачака члана 5

$$a_E = \overline{P_a e'} \cdot U_a = 2,35cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1cm} = 23,5 \frac{m}{s^2},$$

$$a_F = \overline{P_a f'} \cdot U_a = 2,8cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1cm} = 28 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{B4} = \overline{P_a b_4'} \cdot U_a = 3,65cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1cm} = 36,5 \frac{m}{s^2},$$

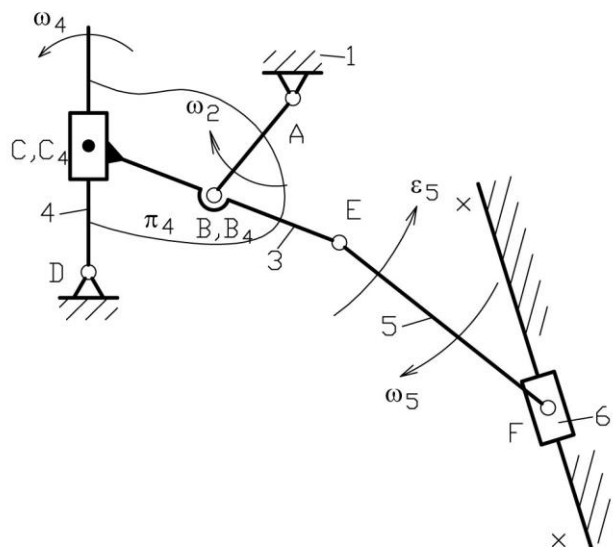
$$a_{C4} = \overline{P_a c_4'} \cdot U_a = 3,17cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1cm} = 31,7 \frac{m}{s^2},$$

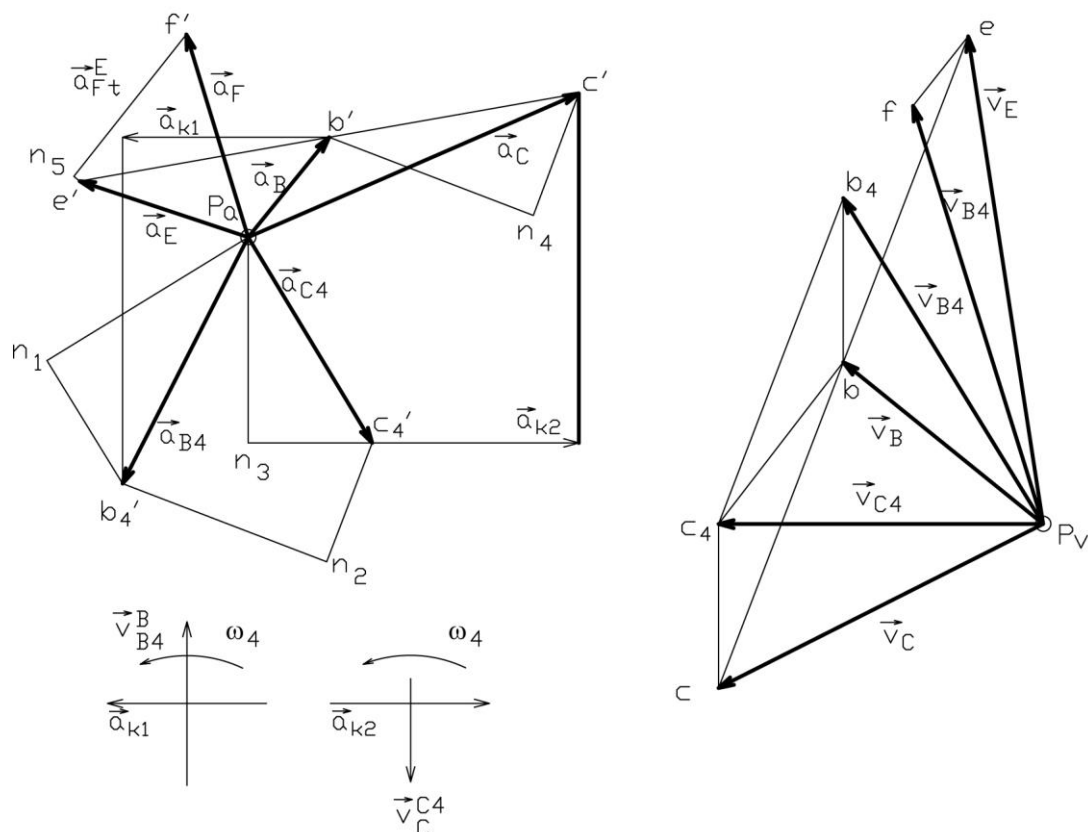
$$a_C = \overline{P_a c'} \cdot U_a = 6,62cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1cm} = 66,2 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{Ft}^E = \overline{n_5 f'} \cdot U_a = 2,39cm \cdot \frac{10 m/s^2}{1cm} = 23,9 \frac{m}{s^2}.$$

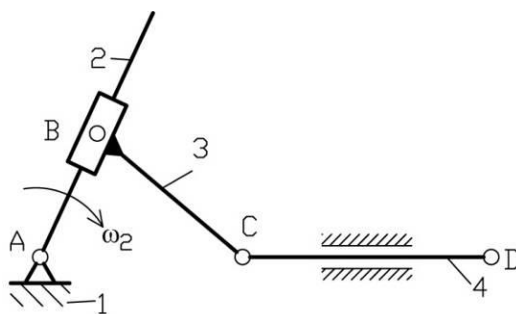
Интензитет угаоног убрзања

$$\varepsilon_5 = \frac{a_{Ft}^E}{FE} = \frac{23,9 \frac{m}{s^2}}{0,36m} = 66,38s^{-2}$$



**Задатак 3.6.**

За механизам је позната угаона брзина члана 2, $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$, угаоно убрзање члана 2, $\varepsilon_2 = 0 \text{ s}^{-2}$ а геометријске вредности задате су размером $U_L = \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ mm}}$. Одредити брзине тачака В и D, убрзање тачке D. Препоручене размере су: $U_v = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ s}}$ и $U_a = \frac{30 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$.

**Решење задатка**

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 18 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ mm}} = 0,18 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 25,3 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ mm}} = 0,253 \text{ m}$$

$$\overline{AC} = 27 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ mm}} = 0,27 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 33,1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ mm}} = 0,331 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$\begin{aligned}
v_{B2} &= AB \cdot \omega_2 = 0,18m \cdot 20 s^{-1} = 3,6 \frac{m}{s}, \vec{v}_{B2} \perp BA, \\
v_{C2} &= AC \cdot \omega_2 = 0,253m \cdot 20 s^{-1} = 5,06 \frac{m}{s}, \vec{v}_{C2} \perp AC, \\
\vec{v}_C &= \vec{v}_{C2} + \vec{v}_C^{C2}, \vec{v}_C^{C2} // AB, \\
\vec{v}_C & // CD, \\
\vec{v}_D &= \vec{v}_C, \\
\vec{v}_B &= \vec{v}_{B2} + \vec{v}_B^{B2}, \vec{v}_B^{B2} // AB, \\
\vec{v}_B &= \vec{v}_C + \vec{v}_B^C, \vec{v}_B^C \perp BC.
\end{aligned}$$

Интензитети брзина

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \frac{m}{s}}{1 cm}$, из којег су одређују интензитети брзина

$$\begin{aligned}
v_B &= \overline{P_v b} \cdot U_v = 7,8 cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 cm} = 7,8 \frac{m}{s}, \\
v_D &= \overline{P_v d} \cdot U_v = 2,2 cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 cm} = 2,2 \frac{m}{s}, \\
v_C^{C2} &= \overline{c c_2} \cdot U_v = 5,58 cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 cm} = 5,58 \frac{m}{s}, \\
v_B^C &= \overline{b c} \cdot U_v = 6,22 cm \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{1 cm} = 6,22 \frac{m}{s}.
\end{aligned}$$

Угаона брзина члана 3 је

$$\omega_3 = \frac{v_B^C}{BC} = \frac{6,22 \frac{m}{s}}{0,25m} = 24,88 s^{-1}, \text{ а смер је у смеру кретања казаљке на сату.}$$

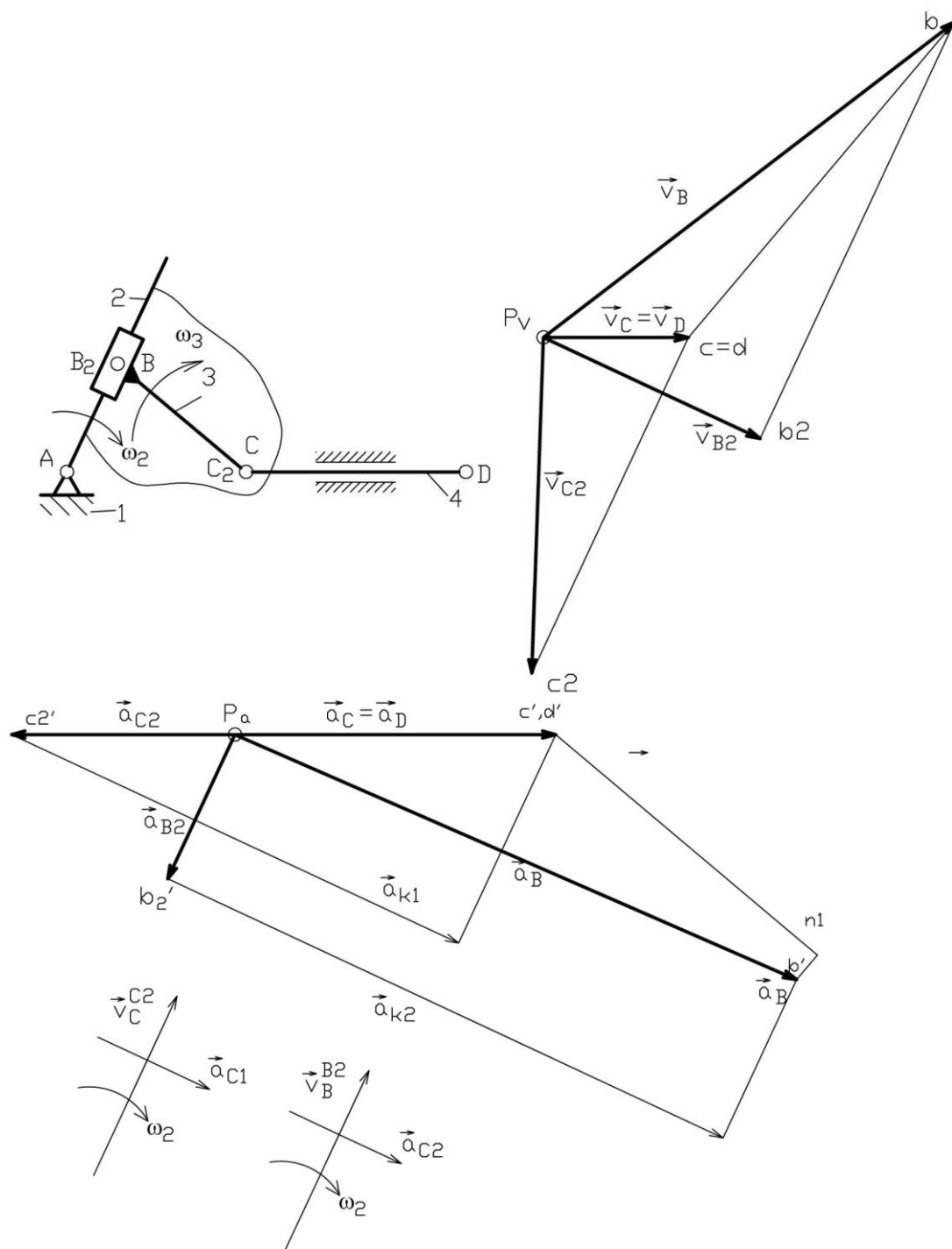
План убрзања

$$\begin{aligned}
a_{B2} &= AB \cdot \omega_2^2 = 0,18 m \cdot (20 s^{-1})^2 = 72 \frac{m}{s^2}, \text{ где је: } \vec{a}_B // AB \text{ у смеру ка тачки А,} \\
a_{C2} &= AC \cdot \omega_2^2 = 0,25 m \cdot (20 s^{-1})^2 = 101,2 \frac{m}{s^2}, \\
\vec{a}_C &= \vec{a}_{C2} + \vec{a}_{k1} + \vec{a}_C^{C2}, a_{k1} = 2 \cdot \omega_2 \cdot v_C^{C2} = 2 \cdot 20 s^{-1} \cdot 5,58 \frac{m}{s} = 223,2 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_C // CD, \\
\vec{a}_B &= \vec{a}_{B2} + \vec{a}_{k2} + \vec{a}_B^{B2}, \text{ где је } a_{k2} = 2 \cdot \omega_2 \cdot v_B^{B2} = 2 \cdot 20 s^{-1} \cdot 6,93 \frac{m}{s} = 277,2 \frac{m}{s^2}, \\
\vec{a}_B &= \vec{a}_C + \vec{a}_{Bn}^C + \vec{a}_{Bt}^C, \text{ где је: } \vec{a}_{Bn}^C // CB \text{ у смеру ка тачки С,} \\
a_{Bn}^C &= \frac{(v_B^C)^2}{BC} = \frac{(6,22 \frac{m}{s})^2}{0,25m} = 154,75 \frac{m}{s^2}, \vec{a}_{Bt}^C \perp BC, \\
\vec{a}_D &= \vec{a}_C.
\end{aligned}$$

Интензитет убрзања

Размера за план убрзања је $U_a = \frac{30 \frac{m}{s^2}}{1 cm}$, из којег су одређују интензитети

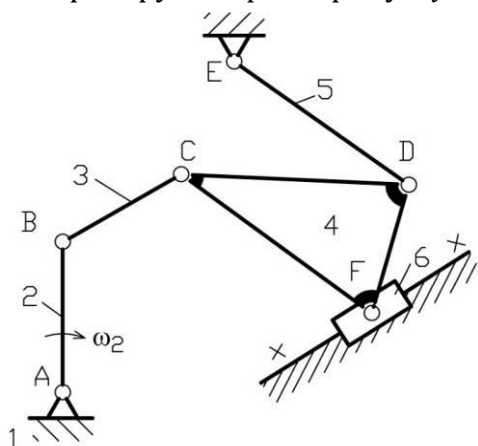
$$\text{убрзања: } a_D = \overline{P_a d'} \cdot U_a = 4,83 cm \cdot \frac{20 \frac{m}{s^2}}{0,5 cm} = 144,9 \frac{m}{s^2}$$



4. Одређивање кинематичких параметара методом Асуре

Задатак 4.1.

Геометријски подаци механизма дати су на кинематичкој шеми нацртаној у размери $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$. Погонски члан 2 се обрће једноликом угаоном брзином $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$. Одредити брзине назначених тачака, убрзање тачке D, угаону брзину члана 4 и угаоно убрзање члана 5. Препоручене размере су $U_v = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{10 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,2 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 1,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,18 \text{ m}$$

$$\overline{CF} = 3,1 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,31 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 3 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,3 \text{ m}$$

$$\overline{DF} = 1,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,18 \text{ m}$$

$$\overline{ED} = 2,8 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,28 \text{ m}$$

$$\overline{SF} = 2,86 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,286 \text{ m}$$

$$\overline{SC} = 1,13 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,286 \text{ m}$$

$$\overline{DS} = 2,14 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,214 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,20 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B + \vec{v}_S^C, \vec{v}_C^B, \vec{v}_S^C \perp CS,$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_{F1} + \vec{v}_F^{F1} + \vec{v}_S^F, \vec{v}_F^{F1}, \vec{v}_S^F \perp SF,$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_S + \vec{v}_D^S, \vec{v}_D^S \perp DS,$$

$$\begin{aligned}\vec{v}_D &= \vec{v}_E + \vec{v}_D^E, \vec{v}_D^E \perp DE, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp CB, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_D + \vec{v}_C^D, \vec{v}_C^D \perp CD, \\ \vec{v}_F &= \vec{v}_C + \vec{v}_F^C, \vec{v}_F^C \perp FC, \\ \vec{v}_F & // x - x.\end{aligned}$$

Интензитети брзина

$$\begin{aligned}v_C &= \overline{P_v C} \cdot U_v = 4,2 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 2,1 \frac{m}{s}, \\ v_D &= \overline{P_v d} \cdot U_v = 7,8 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 3,9 \frac{m}{s}, \\ v_F &= \overline{P_v f} \cdot U_v = 9,85 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 4,92 \frac{m}{s}, \\ v_C^D &= \overline{cd} \cdot U_v = 6,7 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 3,35 \frac{m}{s}, \\ v_C^B &= \overline{cb} \cdot U_v = 0,36 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 0,18 \frac{m}{s}, \\ v_S^C &= \overline{sc} \cdot U_v = 2,414 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 1,207 \frac{m}{s}, \\ v_S^F &= \overline{sf} \cdot U_v = 6,37 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 3,18 \frac{m}{s}, \\ v_D^S &= \overline{ds} \cdot U_v = 4,78 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 2,39 \frac{m}{s}, \\ v_D^E &= \overline{de} \cdot U_v = 3,9 \frac{m}{s}.\end{aligned}$$

Угаона брзина члана 4

$$\omega_4 = \frac{v_C^D}{\overline{CD}} = \frac{3,35 \frac{m}{s}}{0,30m} = 11,16 \text{ s}^{-1}, \text{ смер је одређен на основу смера релативне брзине тачке С у односу на D и показан на слици.}$$

Једначине за убрзања

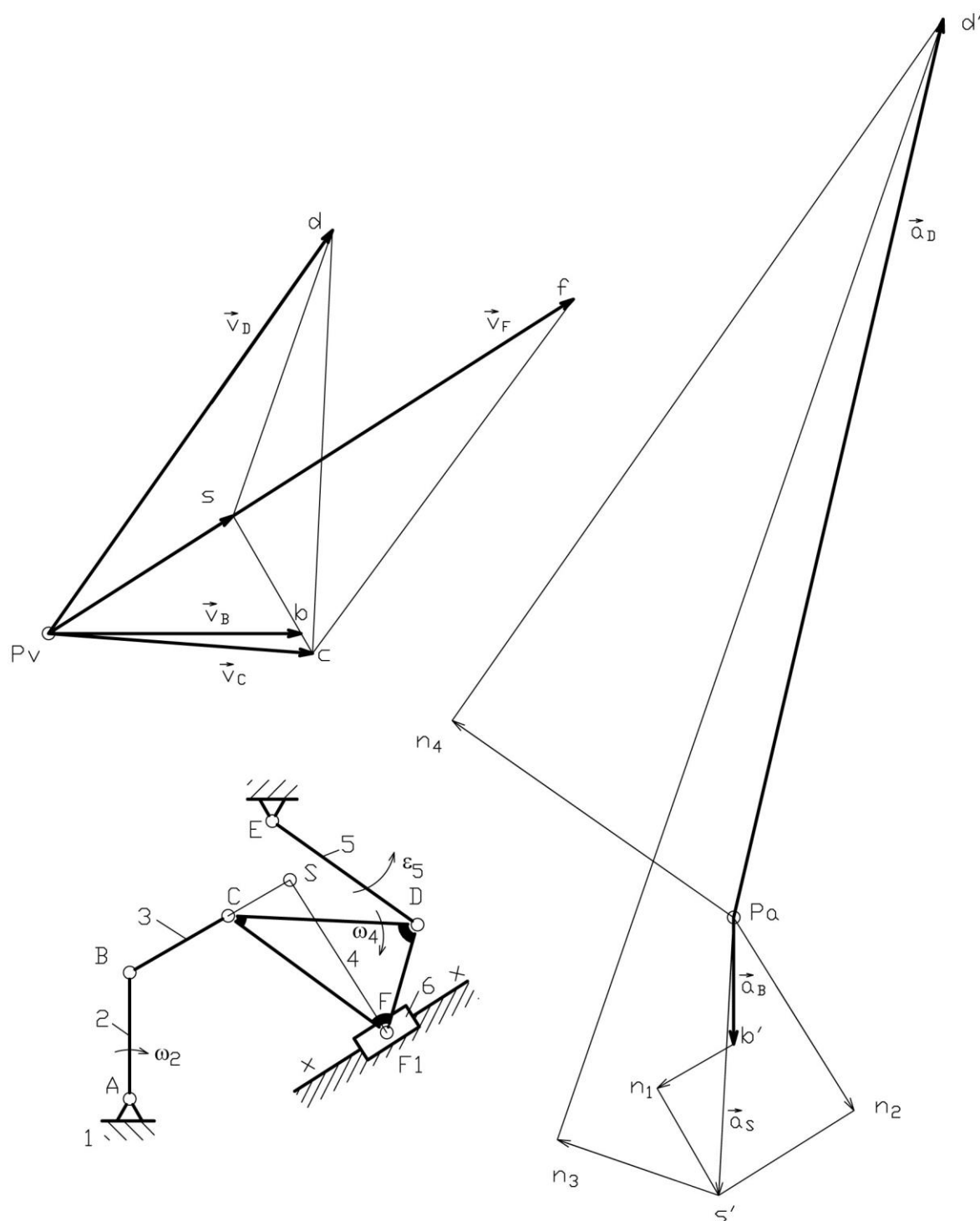
$$\begin{aligned}a_B &= AB \cdot \omega_2^2 = 0,20m \cdot (10 \text{ s}^{-1})^2 = 20 \frac{m}{s^2}, \text{ где је } \vec{a}_B // AB \text{ у смеру ка тачки A} \\ \vec{a}_S &= \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Sn}^C + \vec{a}_{Ct}^B + \vec{a}_{St}^C, \vec{a}_{Cn}^B, \vec{a}_{Sn}^C // CB, \vec{a}_{Ct}^B, \vec{a}_{St}^C \perp CB, a_{Cn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{\overline{CB}} = \\ &= \frac{(0,18 \frac{m}{s})^2}{0,18m} = 0,18 \frac{m}{s^2}, a_{Sn}^C = \frac{(v_S^C)^2}{\overline{SC}} = \frac{(1,207 \frac{m}{s})^2}{0,11m} = 13,24 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_S &= \vec{a}_{F1} + \vec{a}_{Sn}^F + \vec{a}_{St}^F + \vec{a}_F^{F1}, \vec{a}_{St}^F, \vec{a}_F^{F1} // x - x, \vec{a}_{Sn}^F // SF, \\ a_{Sn}^F &= \frac{(v_S^F)^2}{\overline{SF}} = \frac{(3,18 \frac{m}{s})^2}{0,28m} = 36,11 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_D &= \vec{a}_S + \vec{a}_{Dn}^S + \vec{a}_{Dt}^S, \vec{a}_{Dn}^S // SD, \vec{a}_{Dt}^S \perp SD, a_{Dn}^S = \frac{(v_D^S)^2}{\overline{DS}} = \frac{(2,39 \frac{m}{s})^2}{0,21m} = 27,2 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_D &= \vec{a}_E + \vec{a}_{Dn}^E + \vec{a}_{Dt}^E, \vec{a}_{Dn}^E // ED, \vec{a}_{Dt}^E \perp ED, a_{Dn}^E = \frac{(v_D^E)^2}{\overline{DE}} = \frac{(3,9 \frac{m}{s})^2}{0,28m} = 54,32 \frac{m}{s^2}.\end{aligned}$$

Интензитети убрзања

$$a_D = \overline{P_a d'} \cdot U_a = 14,6 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m^2}{s}}{1 \text{ cm}} = 146 \frac{m^2}{s},$$

$$a_{Dt}^E = \overline{n_3 d'} \cdot U_a = 13,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \frac{m^2}{s}}{1 \text{ cm}} = 135 \frac{m^2}{s}.$$

Угаоно убрзање је $\varepsilon_5 = \frac{a_{Dt}^E}{DE} = \frac{135 \frac{m}{s^2}}{0,28m} = 482,14 s^{-2}$, а смер је у супротном смеру од обртања казаљке на сату.

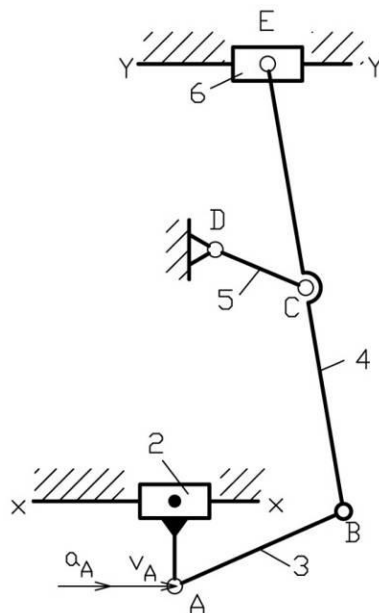


Задатак 4.2

За механизам познати су следећи параметри брзина члана 2, $v_A = 1,5 \frac{m}{s}$, $a_A = 1 \frac{m}{s^2}$, а геометријске вредности задате су размером $U_L = \frac{0,1 m}{0,5 cm}$.

Одредити брзину и убрзање тачке Е, угаону брзину и угаоно убрзање члана 4.

Препоручене размере су: $U_v = \frac{1 \frac{m}{s}}{2 cm}$ и $U_a = \frac{1 \frac{m}{s^2}}{1 cm}$.

**Решење задатка**

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 2,44 cm \cdot \frac{0,1m}{0,5cm} = 0,49 m$$

$$\overline{BS} = 3,48 cm \cdot \frac{0,1m}{0,5cm} = 0,7 m$$

$$\overline{BC} = 3 cm \cdot \frac{0,1m}{0,5cm} = 0,6 m$$

$$\overline{CD} = 0,13 cm \cdot \frac{0,1m}{0,5cm} = 0,26 m$$

$$\overline{CE} = 3 cm \cdot \frac{0,1m}{0,5cm} = 0,6 m$$

$$\overline{CS} = 4 cm \cdot \frac{10 cm}{1 cm} = 0,8 m$$

Једначине за брзине

$$\vec{v}_S = \vec{v}_B + \vec{v}_S^B, \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_B^A,$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_A + \vec{v}_B^A + \vec{v}_S^B, \vec{v}_S^B \perp SB, \vec{v}_B^A \perp BA,$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_C + \vec{v}_S^C, \vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_C^D,$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_D + \vec{v}_C^D + \vec{v}_S^C, \vec{v}_S^C \perp SC, \vec{v}_C^D \perp CD,$$

$$\vec{v}_E = \vec{v}_S + \vec{v}_E^S, \vec{v}_E^S \perp SE,$$

$$\begin{aligned}\vec{v}_E // y - y, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_E + \vec{v}_C^E, \vec{v}_C^E \perp CE, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_D + \vec{v}_C^D, \vec{v}_C^D \perp CD, \\ \vec{v}_B &= \vec{v}_C + \vec{v}_B^C, \vec{v}_B^C \perp BC, \\ \vec{v}_B &= \vec{v}_A + \vec{v}_B^A, \vec{v}_B^A \perp AB.\end{aligned}$$

Једначине за брзине

$$\begin{aligned}\vec{v}_S &= \vec{v}_B + \vec{v}_S^B, \vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_B^A, \\ \vec{v}_S &= \vec{v}_A + \vec{v}_B^A + \vec{v}_S^B, \vec{v}_S^B \perp SB, \vec{v}_B^A \perp BA, \\ \vec{v}_S &= \vec{v}_C + \vec{v}_S^C, \vec{v}_C = \vec{v}_D + \vec{v}_C^D, \\ \vec{v}_S &= \vec{v}_D + \vec{v}_C^D + \vec{v}_S^C, \vec{v}_S^C \perp SC, \vec{v}_C^D \perp CD, \\ \vec{v}_E &= \vec{v}_S + \vec{v}_E^S, \vec{v}_E^S \perp SD, \\ \vec{v}_E & // y - y, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_E + \vec{v}_C^E, \vec{v}_C^E \perp CE, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_D + \vec{v}_C^D, \vec{v}_C^D \perp CD, \\ \vec{v}_B &= \vec{v}_C + \vec{v}_B^C, \vec{v}_B^C \perp BC, \\ \vec{v}_B &= \vec{v}_A + \vec{v}_B^A, \vec{v}_B^A \perp AB.\end{aligned}$$

Интензитети брзине тачака

$$\begin{aligned}v_E &= \overline{P_v e} \cdot U_v = 2,28 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 1,14 \frac{m}{s}, \\ v_B &= \overline{P_v b} \cdot U_v = 2,76 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 1,38 \frac{m}{s}, \\ \omega_4 &= \frac{v_E^B}{EB} = \frac{2,49 \frac{m}{s}}{1,2 m} = 2,07 \text{ s}^{-1}, \text{ са смером супротним од кретања казальке на сату.}\end{aligned}$$

Једначине за убрзања

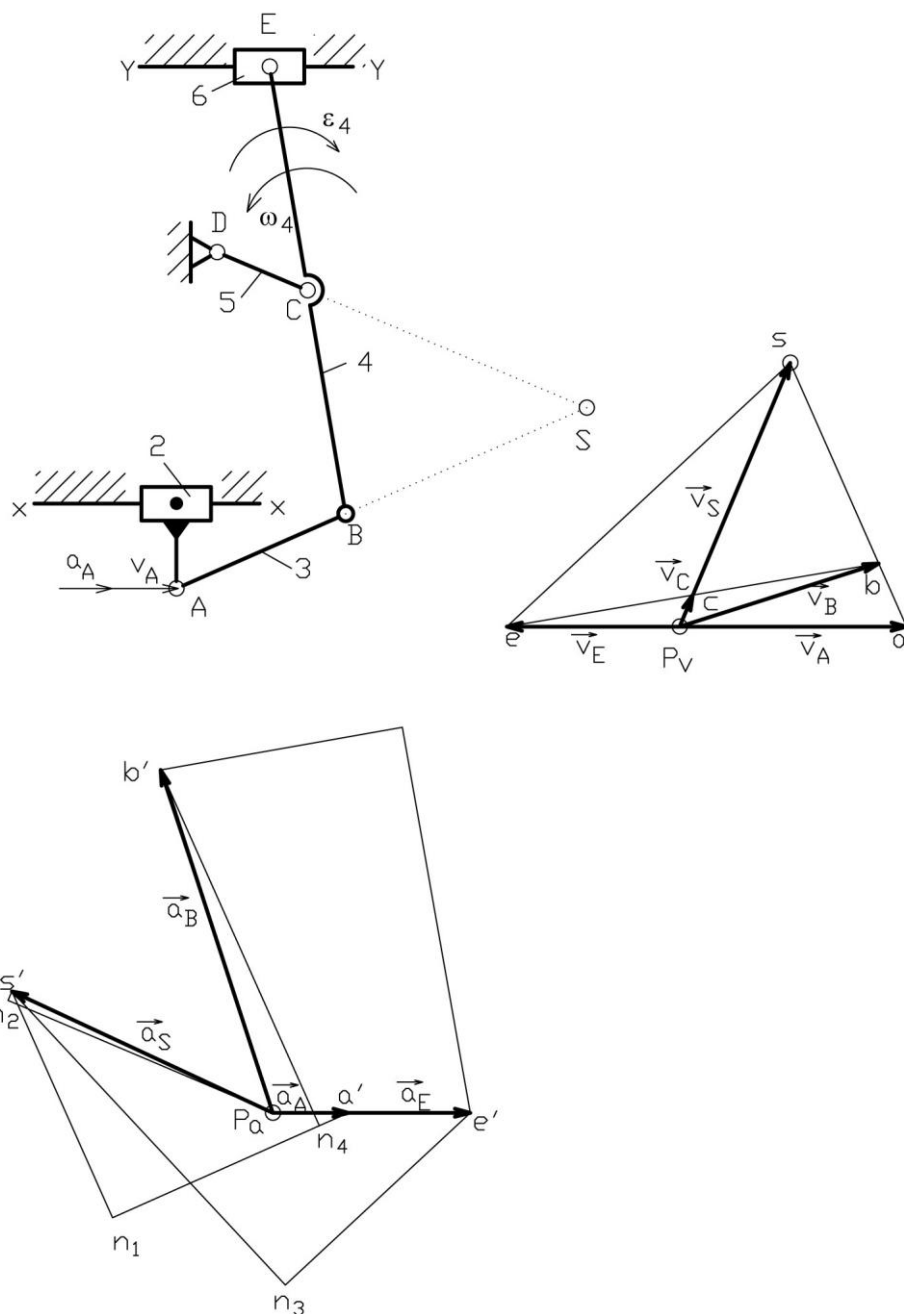
$$\begin{aligned}\vec{a}_S &= \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Sn}^B + \vec{a}_{Bt}^A + \vec{a}_{St}^B, \vec{a}_{Bn}^A, \vec{a}_{Sn}^B // BS, \vec{a}_{Bt}^A, \vec{a}_{St}^B \perp BS, \\ a_{Bn}^A &= \frac{(v_B^A)^2}{AB} = \frac{(0,456 \frac{m}{s})^2}{0,49 m} = 0,424 \frac{m}{s^2}, a_{Sn}^B = \frac{(v_S^B)^2}{SB} = \frac{(1,44 \frac{m}{s})^2}{0,7 m} = 2,987 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_S &= \vec{a}_D + \vec{a}_{Cn}^D + \vec{a}_{Sn}^C + \vec{a}_{Ct}^D + \vec{a}_{St}^C, \vec{a}_{Cn}^D, \vec{a}_{Sn}^C // DS, \vec{a}_{Ct}^D, \vec{a}_{St}^C \perp DS, \\ a_{Cn}^D &= \frac{(v_C^D)^2}{CD} = \frac{(0,21 \frac{m}{s})^2}{0,26 m} = 0,17 \frac{m}{s^2}, a_{Sn}^C = \frac{(v_S^C)^2}{SC} = \frac{(1,66 \frac{m}{s})^2}{0,8 m} = 3,44 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_E &= \vec{a}_S + \vec{a}_{En}^S + \vec{a}_{Et}^S, \vec{a}_{En}^S // ES, \vec{a}_{Et}^S \perp ES, \\ a_{En}^S &= \frac{(v_E^S)^2}{ES} = \frac{(2,55 \frac{m}{s})^2}{1,23 m} = 5,3 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_E & // y - y, \\ \vec{a}_B &= \vec{a}_E + \vec{a}_{Bn}^E + \vec{a}_{Bt}^E, \vec{a}_{Bn}^E // BE, \vec{a}_{Bt}^E \perp BE, \\ a_{Bn}^E &= \frac{(v_B^E)^2}{BE} = \frac{(2,49 \frac{m}{s})^2}{1,2 m} = 5,17 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A, \vec{a}_{Bn}^A // AB, \vec{a}_{Bt}^A \perp AB, \\ a_{Bn}^A &= \frac{(v_B^A)^2}{BA} = \frac{(0,456 \frac{m}{s})^2}{0,488 m} = 0,426 \frac{m}{s^2}.\end{aligned}$$

Одређивање убрзања

$$a_{Bt}^E = \overline{e'b'} \cdot U_a = 3,54 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s^2}}{1 \text{ cm}} = 3,54 \frac{m}{s^2}$$

Одређивање угаоног убрзања члана 4

$\varepsilon_4 = \frac{a_{Bt}^E}{\overline{EB}} = \frac{3,54 \frac{m}{s^2}}{1,2 \text{ m}} = 2,95 \text{ s}^{-2}$, смер је одређен на основу смера вектора убрзања $\vec{a}_{Bt}^E$, тј. у смеру кретања казаљке на сату.

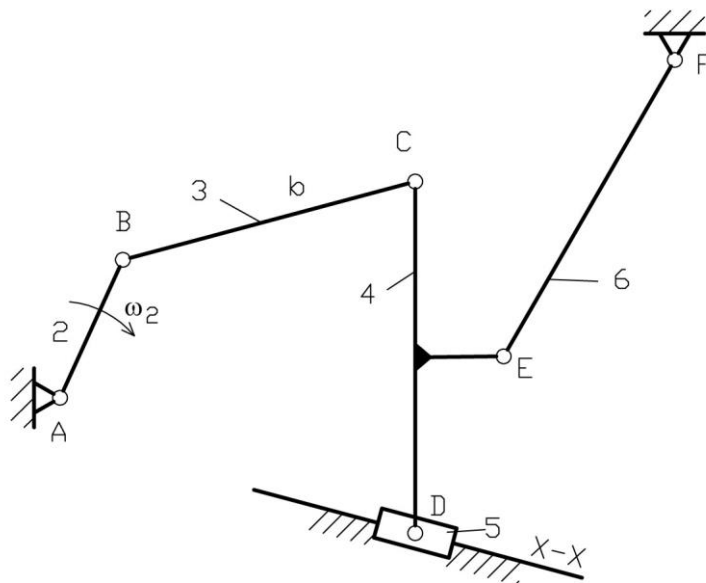


Задатак 4.3.

За механизам је познато: угаона брзина члана 2, $\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}$, угаоно убрзање члана 2, $\varepsilon_2 = 0 \text{ s}^{-2}$, а гометријске вредности задате су размером $U_L = \frac{1 \text{ m}}{10 \text{ cm}}$.

Одредити брзину и убрзање тачке Е, угаону брзину и угаоно убрзање члана 6.

Препоручене размере су: $U_v = \frac{1 \frac{m}{s}}{4 \text{ cm}}$ и $U_a = \frac{20 \frac{m}{s^2}}{5 \text{ cm}}$.



Решење задатка

Геометријски параметри механизма

$$\overline{AB} = 2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,2 \text{ m}$$

$$\overline{BC} = 4 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,4 \text{ m}$$

$$\overline{CD} = 4,64 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,464 \text{ m}$$

$$\overline{CE} = 2,6 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,26 \text{ m}$$

$$\overline{DE} = 2,6 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,26 \text{ m}$$

$$\overline{EF} = 4,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,45 \text{ m}$$

$$\overline{CS} = 1,4 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,14 \text{ m}$$

$$\overline{DS} = 5,2 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,52 \text{ m}$$

$$\overline{ES} = 2,7 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} = 0,27 \text{ m}$$

Једначине за брзине

$$v_B = AB \cdot \omega_2 = 0,20 \text{ m} \cdot 10 \text{ s}^{-1} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \vec{v}_B \perp BA,$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_C + \vec{v}_S^C \Rightarrow \vec{v}_C = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B,$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_B + \vec{v}_C^B + \vec{v}_S^C, \vec{v}_C^B, \vec{v}_S^C \perp SC,$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_D + \vec{v}_S^D \Rightarrow \vec{v}_D = \vec{v}_{D1} + \vec{v}_D^{D1},$$

$$\vec{v}_S = \vec{v}_{D1} + \vec{v}_D^{D1} + \vec{v}_S^D, \vec{v}_D^{D1}, \vec{v}_S^D \perp SD,$$

$$\vec{v}_E = \vec{v}_S + \vec{v}_E^S, \vec{v}_E^S \perp SD,$$

$$\begin{aligned}\vec{v}_E &= \vec{v}_F + \vec{v}_E^F, \vec{v}_E^F \perp EF, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_B + \vec{v}_C^B, \vec{v}_C^B \perp CB, \\ \vec{v}_C &= \vec{v}_E + \vec{v}_C^E, \vec{v}_C^E \perp CE, \\ \vec{v}_D &= \vec{v}_C + \vec{v}_D^C, \vec{v}_D^C \perp DC, \\ \vec{v}_D & // x - x.\end{aligned}$$

Интензитет брзине

Размера за план брзина је $U_v = \frac{1 \frac{m}{s}}{4 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети брзине тачке Е

$$v_E = \overline{P_v e} \cdot U_v = 3,35 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{4 \text{ cm}} = 0,84 \frac{m}{s}.$$

Угаоне брзине

Интензитет угаоне брзине је $\omega_6 = \frac{v_E}{EF} = \frac{0,84 \frac{m}{s}}{0,45m} = 1,87 \text{ s}^{-1}$, а смер одговара смеру вектора брзне тачке Е.

План убрзања

План убрзања се добија на основу једначина за убрзања користећи размеру $U_a = \frac{20 \frac{m}{s^2}}{5 \text{ cm}}$.

$$\begin{aligned}a_B &= \overline{AB} \cdot \omega_2^2 = 20 \frac{m}{s^2}, \text{ где је: } \vec{a}_B // AB \text{ у смеру ка тачки А,} \\ \vec{a}_S &= \vec{a}_B + \vec{a}_{Sn}^B + \vec{a}_{Sn}^C + \vec{a}_{St}^C + \vec{a}_{St}^B, \vec{a}_{Sn}^B, \vec{a}_{Sn}^C // SC, \vec{a}_{St}^B, \vec{a}_{St}^C \perp SC, \\ a_{Sn}^C &= \frac{(v_S^C)^2}{SC} = \frac{(0,5 \frac{m}{s})^2}{0,14m} = 1,78 \frac{m}{s^2}, a_{Sn}^B = \frac{(v_C^B)^2}{CB} = \frac{(0,88 \frac{m}{s})^2}{0,4m} = 1,94 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_S &= \vec{a}_{D1} + \vec{a}_D^{D1} + \vec{a}_{Sn}^D + \vec{a}_{St}^D, \vec{a}_D^{D1}, \vec{a}_{Sn}^D // SD, \vec{a}_{St}^D \perp SD, \\ a_{Sn}^D &= \frac{(v_S^D)^2}{SD} = \frac{(1,86 \frac{m}{s})^2}{0,52m} = 6,65 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_E &= \vec{a}_S + \vec{a}_{En}^S + \vec{a}_{Et}^S, \vec{a}_{En}^S // ES, \vec{a}_{Et}^S \perp ES, \\ a_{En}^S &= \frac{(v_E^S)^2}{ES} = \frac{(1 \frac{m}{s})^2}{0,27m} = 3,7 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_E &= \vec{a}_F + \vec{a}_{En}^F + \vec{a}_{Et}^F, \vec{a}_{En}^F // EF, \vec{a}_{Et}^F \perp EF, \\ a_{En}^F &= \frac{(v_E^F)^2}{EF} = \frac{(0,835 \frac{m}{s})^2}{0,45m} = 1,55 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_C &= \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B, \vec{a}_{Cn}^B // CB, \vec{a}_{Ct}^B \perp CB, a_{Cn}^B = 1,936 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_C &= \vec{a}_E + \vec{a}_{Cn}^E + \vec{a}_{Ct}^E, \vec{a}_{Cn}^E // CE, \vec{a}_{Ct}^E \perp CE, a_{Cn}^E = \frac{(v_C^E)^2}{CE} = \frac{(0,97 \frac{m}{s})^2}{0,26m} = 3,62 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_D &= \vec{a}_C + \vec{a}_{Dn}^C + \vec{a}_{Dt}^C, \vec{a}_{Dn}^C // DC, \vec{a}_{Dt}^C \perp DC, a_{Dn}^C = \frac{(v_D^C)^2}{DC} = \frac{(1,67 \frac{m}{s})^2}{0,64m} = 4,36 \frac{m}{s^2}, \\ \vec{a}_D & // x - x.\end{aligned}$$

Интензитети убрзања

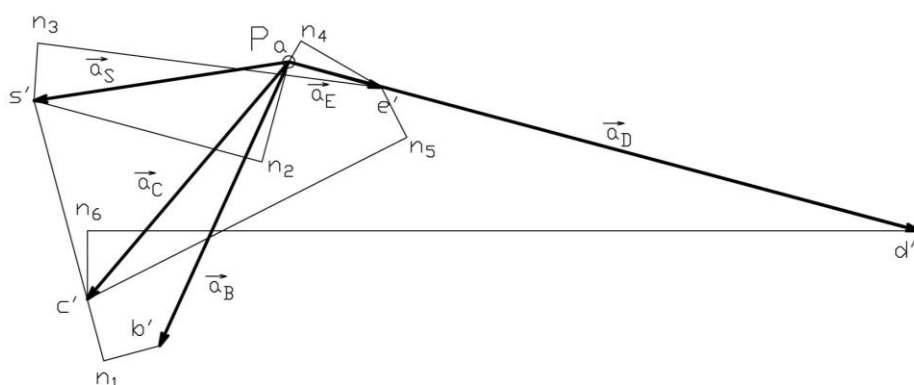
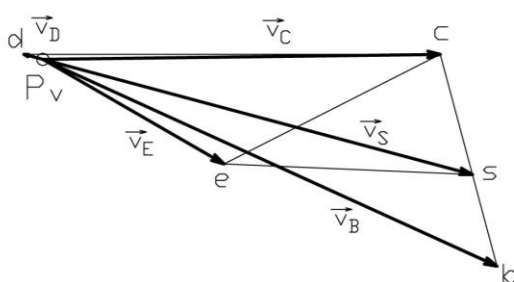
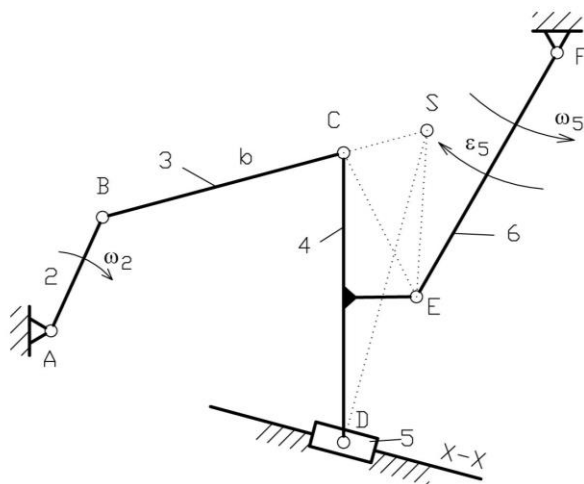
Размера за план убрзања је $U_a = \frac{20 \frac{m}{s^2}}{5 \text{ cm}}$, из којег су одређују интензитети убрзања:

$$a_E = \overline{P_a e'} \cdot U_a = 1,54 \text{ cm} \cdot \frac{20 \frac{m}{s^2}}{5 \text{ cm}} = 6,16 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{Et}^F = \overline{e' n_4} \cdot U_a = 1,5 \text{ cm} \cdot \frac{20 \frac{m}{s^2}}{5 \text{ cm}} = 6 \frac{m}{s^2}.$$

Угаоно убрзање

Угаоно убрзање члана 5 је $\varepsilon_5 = \frac{a_{Et}^F}{EF} = \frac{6 \frac{m}{s^2}}{0,45} = 13,3 \text{ s}^{-2}$, а смер је одређен на основу вектора тангенцијалног убрзања a_{Et}^F .

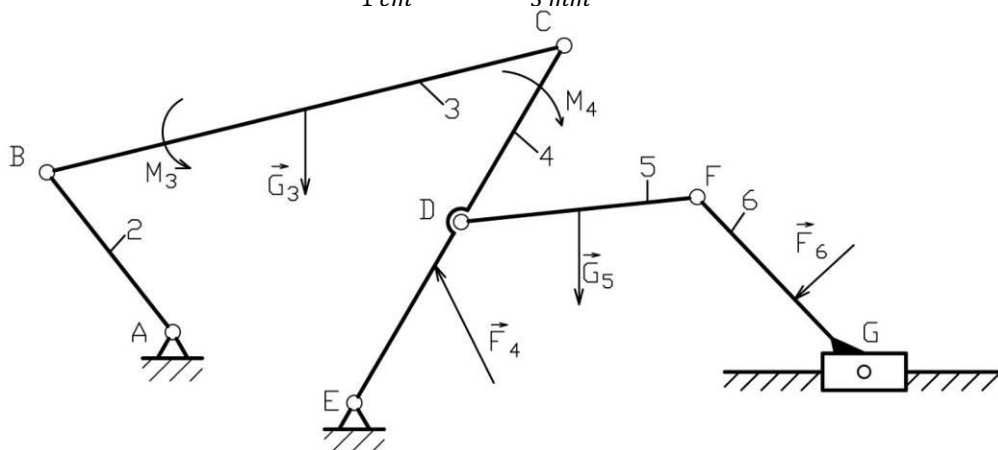


5. Одређивање погонске снаге

Метод кинетостатичких притисака

Задатак 5.1.

Одредити кинетостатичке притиске у кинематичким везама и снагу за погон механизма ако је задато: $\omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}$, $G_3 = 50 \text{ N}$, $G_5 = 70 \text{ N}$, $F_4 = 50 \text{ N}$, $F_6 = 100 \text{ N}$, $M_3 = 46 \text{ Nm}$, $M_4 = 56 \text{ Nm}$, $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$ и $U_F = \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}}$. Инерцијалне силе занемарити.



Решење задатка

Да би се одредили кинетостатички притисци и погонска сила, механизам се раставља на кинематичке парове или чланове почевши од најудаљенијег у односу на погонски 2, у овом случају пара 5,6.

У циљу добијања што тачнијег решења, морају се предвидети и нанети све силе (радне, тежине, инерцијалне, отпор средине, трење и погонска сила) које делују на механизам. У одређеним околностима ради поједностављења поступка одређивања подгонске снаге, неки од параметара се могу занемарити. Дејство вођице 1 на клизач 6 замени се са реакцијом $F_{1,6}$ на претпостављеном растојању у односу на тачку G. Утицај члана 4 на 5 представи се две компоненте нормалном и тангенцијалном ($F_{4,5}^n$ и $F_{4,5}^t$). Смерови сила су непознати те се претпостављају. За добијање непознатих реакција и растојања у кинематичким везама користе се статички услови равнотеже.

У првом кораку на основу услова равнотеже да је $\sum M_{F5} = 0$ добија се сила $F_{4,5}^t$.

Збир момената сила за члан 5 за тачку F је

$$\begin{aligned} \sum M_{F5} &= 0 \\ F_{4,5}^t \cdot \overline{DF} - G_5 \cdot h_5 &= 0 \text{ одакле је} \\ F_{4,5}^t &= \frac{G_5 \cdot h_5}{\overline{DF}} = \frac{70 \text{ N} \cdot 0,157 \text{ m}}{0,31 \text{ m}} = 35,45 \text{ N} \end{aligned}$$

Да би систем био у равнотежи, сума пројекција свих сила на координатне осе мора бити једнака нули. У решавању ових Задатака, користиће се векторски збир свих сила који такође мора бити једнак нули, односно, полигон сила мора бити затворен. На основу услова равнотеже да је збир свих сила за кинематички пар 5 и 6 једнак нули добијају се силе

$$\vec{F}_{1,6} \text{ и } \vec{F}_{4,5}^n$$

Равнотежа сила

$$\sum \vec{F}_{i5,6} = 0$$

$$\vec{F}_{4,5}^n + \vec{F}_{4,5}^t + \vec{G}_5 + \vec{F}_6 + \vec{F}_{1,6} = \vec{0}$$

На полигону се прво нацртају у размери вектори познатих сила. У овом случају су нам непознате силе $\vec{F}_{1,6}$ и $\vec{F}_{4,5}^n$, али пошто нам је познат правац, полигон се може затворити тако што се на почетку нанесе правац једне силе, односно на крај полигона правац друге непознате силе.

Из полигона сила се добијају следеће вредности

$$F_{1,6} = \overline{15} \cdot U_F = 4,22 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 84,4 \text{ N},$$

$$F_{4,5}^n = \overline{45} \cdot U_F = 4,17 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 83,4 \text{ N},$$

$$F_{4,5} = \overline{35} \cdot U_F = 4,53 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 90,6 \text{ N}.$$

Момент сила члана 6 за тачку F

$$\sum M_{(F6)} = 0$$

$$F_6 \cdot h_6 - F_{1,6} \cdot h_{1,6} = 0$$

$$h_{1,6} = \frac{F_6 \cdot h_6}{F_{1,6}} = \frac{100 \text{ N} \cdot 0,187 \text{ m}}{84,4 \text{ N}} = 0,22 \text{ m}, F_{5,6} = \overline{25} \cdot U_F = 3,7 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 74 \text{ N}$$

У наредном кораку се анализира кинематички пар 3 и 4. Утицај парова 5, 1 и 2, замени се реакцијама $\vec{F}_{2,3}^n, \vec{F}_{2,3}^t, \vec{F}_{1,4}^n, \vec{F}_{1,4}^t, \vec{F}_{5,4} = -\vec{F}_{4,5}$

Збир момената сила за члан 3 за тачку C је

$$\sum M_{C3} = 0$$

$$F_{2,3}^t \cdot \overline{BC} - G_3 \cdot h_3 - M_3 = 0 \text{ одакле је}$$

$$F_{2,3}^t = \frac{G_3 \cdot h_3 + M_3}{\overline{BC}} = \frac{50 \text{ N} \cdot 0,34 \text{ m} + 46 \text{ Nm}}{0,706 \text{ m}} = 89,23 \text{ N}$$

Збир момената сила за члан 4 за тачку C је

$$\sum M_{C4} = 0$$

$$F_{5,4} \cdot h_{5,4} + F_4 \cdot h_4 + M_4 + F_{1,4}^t \cdot \overline{EC} = 0$$

$$F_{1,4}^t = \frac{-(F_{5,4} \cdot h_{5,4} + F_4 \cdot h_4 + M_4)}{\overline{EC}} =$$

$$= -\frac{90,6 \text{ N} \cdot 0,193 \text{ m} + 50 \text{ N} \cdot 0,28 \text{ m} + 56 \text{ Nm}}{0,547 \text{ m}} = -159,93 \text{ N}$$

На основу услова равнотеже да је збир свих сила за пар 3 и 4 једнак нули, нацрта се затворен полигон сила из којег се добијају непознате силе $\vec{F}_{2,3}^n, \vec{F}_{2,3}^t, \vec{F}_{1,4}^n, \vec{F}_{1,4}^t, \vec{F}_{3,4}$

$$\sum \vec{F}_{i3,4} = 0$$

$$\vec{F}_{2,3}^n + \vec{F}_{2,3}^t + \vec{G}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_{5,4} + \vec{F}_{1,4}^n + \vec{F}_{1,4}^t = 0$$

Из полигона сила се добијају следеће вредности

$$F_{2,3} = \overline{64} \cdot U_F = 4,7 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 94 \text{ N},$$

$$F_{1,4}^n = \overline{67} \cdot U_F = 1,49 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 29,8 \text{ N},$$

$$F_{2,3}^n = \overline{56} \cdot U_F = 1,46 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 29,2 \text{ N},$$

$$F_{3,4} = \overline{36} \cdot U_F = 2,9 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 58 \text{ N},$$

$$F_{1,4} = \overline{16} \cdot U_F = 8,13 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}} = 162,6 \text{ N}.$$

На крају се анализирају силе на погонском члану 2. Из услова равнотеже за члан 2 добија се погонска сила F_p , погонски момент и погонска снага. Моментна једначина за тачку А на члану 2 из које се добија погонска сила F_p .

$$\sum M_A = 0$$

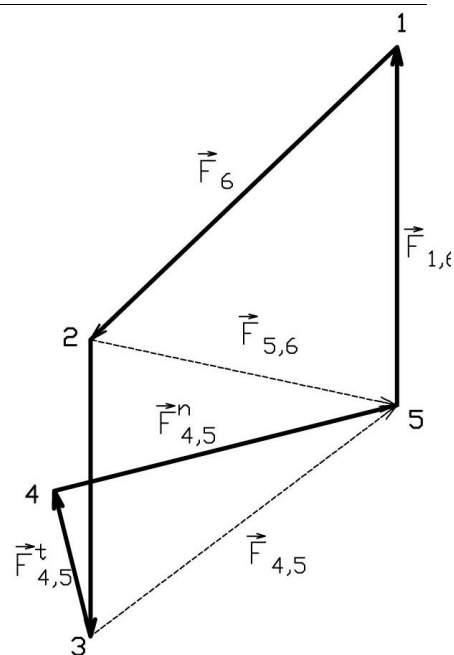
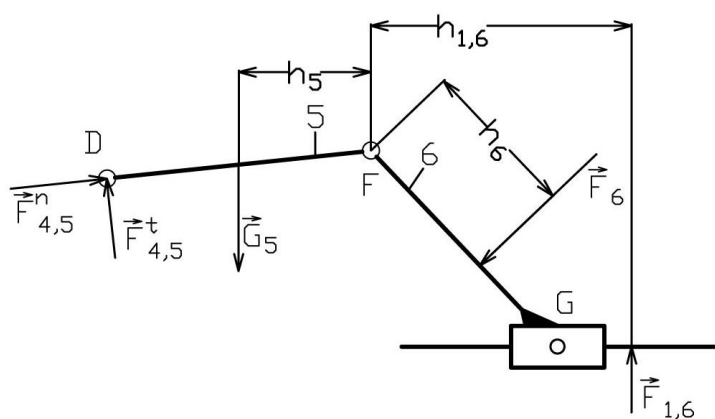
$$F_{2,3} \cdot h_{2,3} - M_p = 0$$

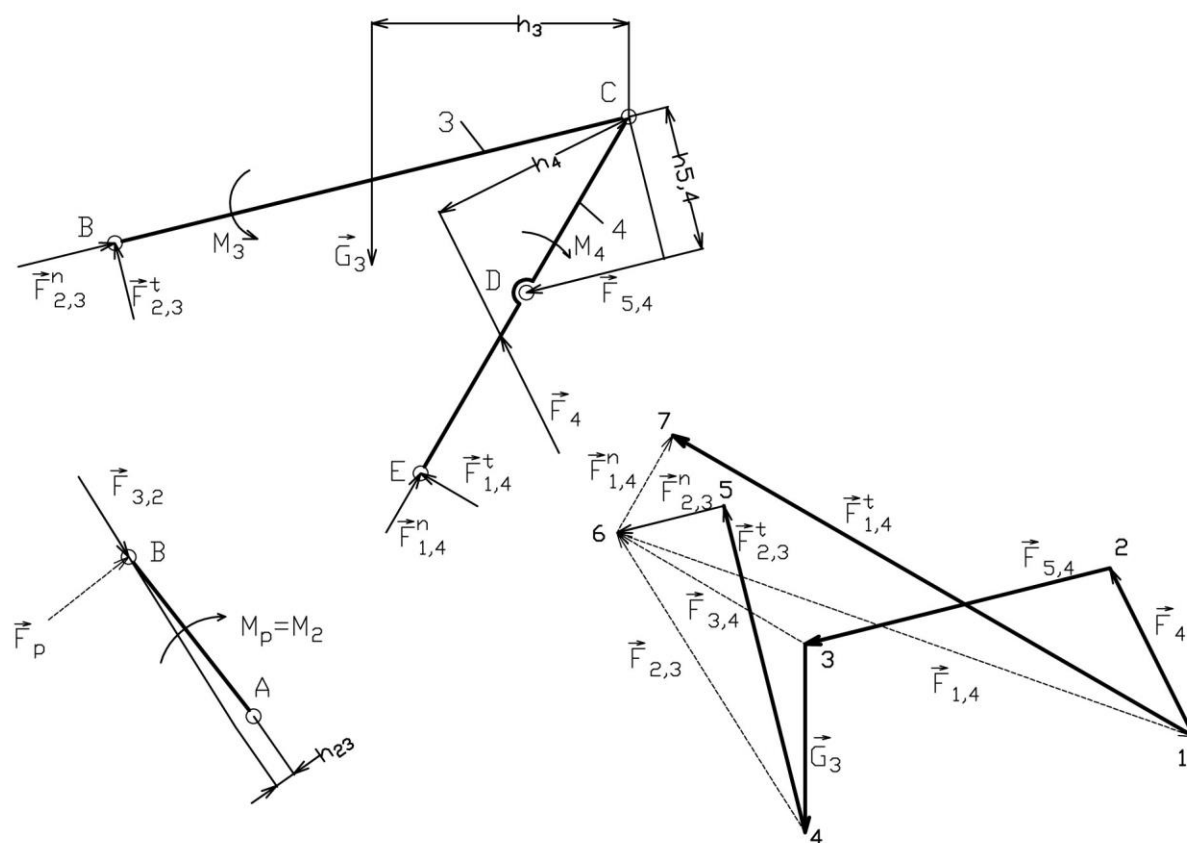
$$M_p = F_{2,3} \cdot h_{2,3}$$

$$F_p = \frac{M_p}{AB} = \frac{2,63 \text{ Nm}}{0,268 \text{ m}} = 9,8 \text{ N}$$

$$P_p = M_2 \cdot \omega_2 = 2,63 \text{ Nm} \cdot 20 \text{ s}^{-1} = 52,6 \text{ W}$$

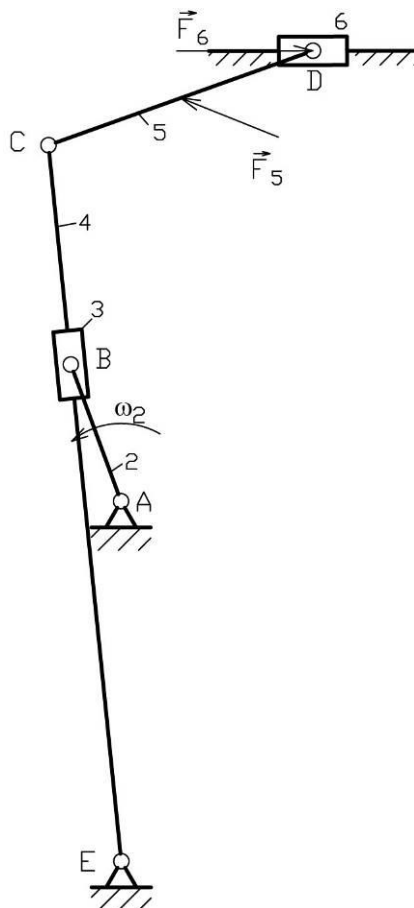
$$M_2 = F_{2,3} \cdot h_{2,3} = 94 \text{ N} \cdot 0,028 \text{ m} = 2,63 \text{ Nm}$$





Задатак 5.2.

Одредити кинетостатичке притиске у кинематичким везама и снагу за погон механизма ако је задато: $F_6 = 100 \text{ N}$, $F_5 = 50 \text{ N}$, $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$ и $U_F = \frac{10 \text{ N}}{1 \text{ cm}}$. Инерцијалне силе занемарити.



Решење задатка

Механизам се прво растави на кинематичке парове и чланове (зависно од броја непознатих). Након тога се црта полигон сила на основу којег се добијају максимално две непознате силе са познатим правцима.

Моментна једначина за члан 5

$$\begin{aligned}\sum M_D &= 0 \\ F_{4,5}^t \cdot \overline{CD} + F_5 \cdot h_5 &= 0 \\ F_{4,5}^t &= -\frac{F_5 \cdot h_5}{\overline{CD}} = -\frac{50\text{N} \cdot 0,12\text{m}}{0,37\text{m}} = -16,2\text{N}\end{aligned}$$

Равнотежа сила

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{i5,6} &= 0 \\ \vec{F}_{4,5}^n + \vec{F}_{4,5}^t + \vec{F}_5 + \vec{F}_6 + \vec{F}_{1,6} &= 0\end{aligned}$$

Из плана сила се израчунавају следеће вредности на основу усвојене размере

$$\begin{aligned}U_F &= \frac{10\text{N}}{1\text{cm}} \\ F_{1,6} &= \overline{51} \cdot U_F = 1,59\text{cm} \cdot \frac{10\text{N}}{1\text{cm}} = 15,9\text{N}, \\ F_{4,5}^n &= \overline{45} \cdot U_F = 6,2\text{cm} \cdot \frac{10\text{N}}{1\text{cm}} = 62\text{N}, \\ F_{4,5} &= \overline{35} \cdot U_F = 6,37\text{cm} \cdot \frac{10\text{N}}{10\text{cm}} = 63,7\text{N}.\end{aligned}$$

Моментна једначина за члан 4

$$\sum M_E = 0$$

$$-F_{3,4} \cdot \overline{EB} + F_{5,4} \cdot h_{5,4} = 0$$

$$F_{3,4} = \frac{F_{5,4} \cdot h_{5,4}}{\overline{EB}} = \frac{63,7 N \cdot 0,85 m}{0,66 m} = 82 N$$

Равнотежа сила за члан 4

$$\sum \vec{F}_{i4} = 0$$

$$\vec{F}_{3,4} + \vec{F}_{5,4} + \vec{F}_{1,4}^n + \vec{F}_{1,4}^t = 0$$

Из плана се добијају следеће вредности

$$F_{1,4}^n = \overline{13} \cdot U_F = 2,89 cm \cdot \frac{10 N}{1 cm} = 28,9 N,$$

$$F_{1,4}^t = \overline{14} \cdot U_F = 2,52 cm \cdot \frac{10 N}{1 cm} = 25,2 N,$$

$$F_{1,4} = \overline{23} \cdot U_F = 3,84 cm \cdot \frac{10 N}{1 cm} = 38,4 N.$$

Моментна једначина за члан 2

$$\sum M_A = 0$$

$$F_{3,2} \cdot h_{3,2} - F_p \cdot \overline{AB} = 0$$

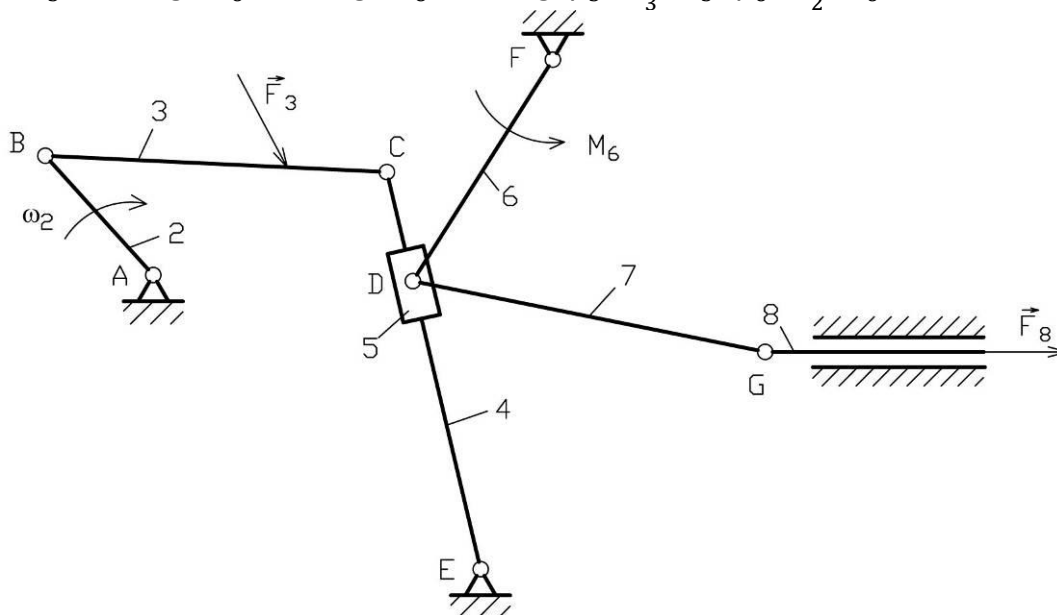
Погонска сила

$$F_p = \frac{F_{3,2} \cdot h_{3,2}}{\overline{AB}} = \frac{82 N \cdot 0,186 m}{0,19 m} = 80,27 N$$

Метод редукованог механизма

Задатак 5.3.

Одредити снагу за погон механизма методом редукције ако је задато: $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1,5 \text{ cm}}$, $U_v = \frac{1 \text{ m/s}}{1 \text{ cm}}$, $U_a = \frac{10 \text{ m/s}^2}{2 \text{ mm}}$, $\omega_2 = 40 \text{ s}^{-1}$, $\varepsilon_2 = 0 \text{ s}^{-2}$, $F_3 = 40 \text{ N}$, $F_8 = 90 \text{ N}$, $M_6 = 8 \text{ Nm}$, $m_3 = 0,8 \text{ kg}$, $m_6 = 0,9 \text{ kg}$, $m_8 = 0,6 \text{ kg}$, $\rho_3 = \frac{2}{3}BS_3$ и $\rho_6 = \frac{1}{2}FS_6$.



Решење задатка

Прво треба одредити инерцијалне силе чланова механизма са датим масама као и њихове нападне тачке. Пре тога, потребно је одредити убрзања средишта чланова механизма. Потом се нацрта редуковани механизм (план брзина заротиран за 90° супротно од смера ротације погонског члана). На редукованом механизму нанесу се све силе које делују на механизм. На основу вредности полупречника инерције одређују се положаји тачке К на члановима у односу на тачке за које су дефинисани полупречници инерције.

Положај Хајгенсовог центра осциловања је

$$\overline{BK}_3 = \overline{BS}_3 + \frac{\rho_3^2}{\overline{BS}_3} = 22,57 \text{ mm} + \frac{(15,05 \text{ mm})^2}{22,57 \text{ mm}} = 32,6 \text{ mm}$$

$$\overline{FK}_6 = \overline{FS}_6 + \frac{\rho_6^2}{\overline{FS}_6} = 17,3 \text{ mm} + \frac{(8,65 \text{ mm})^2}{17,3 \text{ mm}} = 21,6 \text{ mm}$$

Вредности инерцијалних сила чланова су добијене на следећи начин:

$$F_{i3} = a_{S3} \cdot m_3 = 35,6 \text{ mm} \cdot \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \text{ mm}} \cdot 0,8 \text{ kg} = 142,4 \text{ N},$$

$$F_{i6} = a_{S6} \cdot m_6 = 9,5 \text{ mm} \cdot \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \text{ mm}} \cdot 0,9 \text{ kg} = 42,7 \text{ N},$$

$$F_{i8} = a_G \cdot m_8 = 7 \text{ mm} \cdot \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2 \text{ mm}} \cdot 0,6 \text{ kg} = 21 \text{ N}.$$

Обртни момент M_6 се може заменити дејством силе у тачки D

$$F_6^F = \frac{M_6}{DF} = \frac{8Nm}{0,23m} = 34,78N$$

Како би се одредиле нападне тачке на редукованом механизму, користиће се пропорције геометријских растојања, с обзиром на међусобну комплементарност двају механизма.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{BH}} = \frac{\overline{b^o c^o}}{\overline{b^o h^o}} \Rightarrow \overline{b^o h^o} = \frac{\overline{b^o c^o} \cdot \overline{BH}}{\overline{BC}} = \frac{2,89cm \cdot 3,19cm}{4,51cm} = 2,04cm$$

$$\frac{\overline{FD}}{\overline{FK_6}} = \frac{\overline{Rd^o}}{\overline{Rk_6}} \Rightarrow \overline{Rk_6} = \frac{\overline{Rd^o} \cdot \overline{FK_6}}{\overline{FD}} = \frac{5,05cm \cdot 2,16cm}{3,46cm} = 3,15cm$$

На основу статичке једначине за равнотежу момената свих сила редукованог механизма за тачку R, добиће се непозната вредност погонске силе.

$$\sum M_R = 0$$

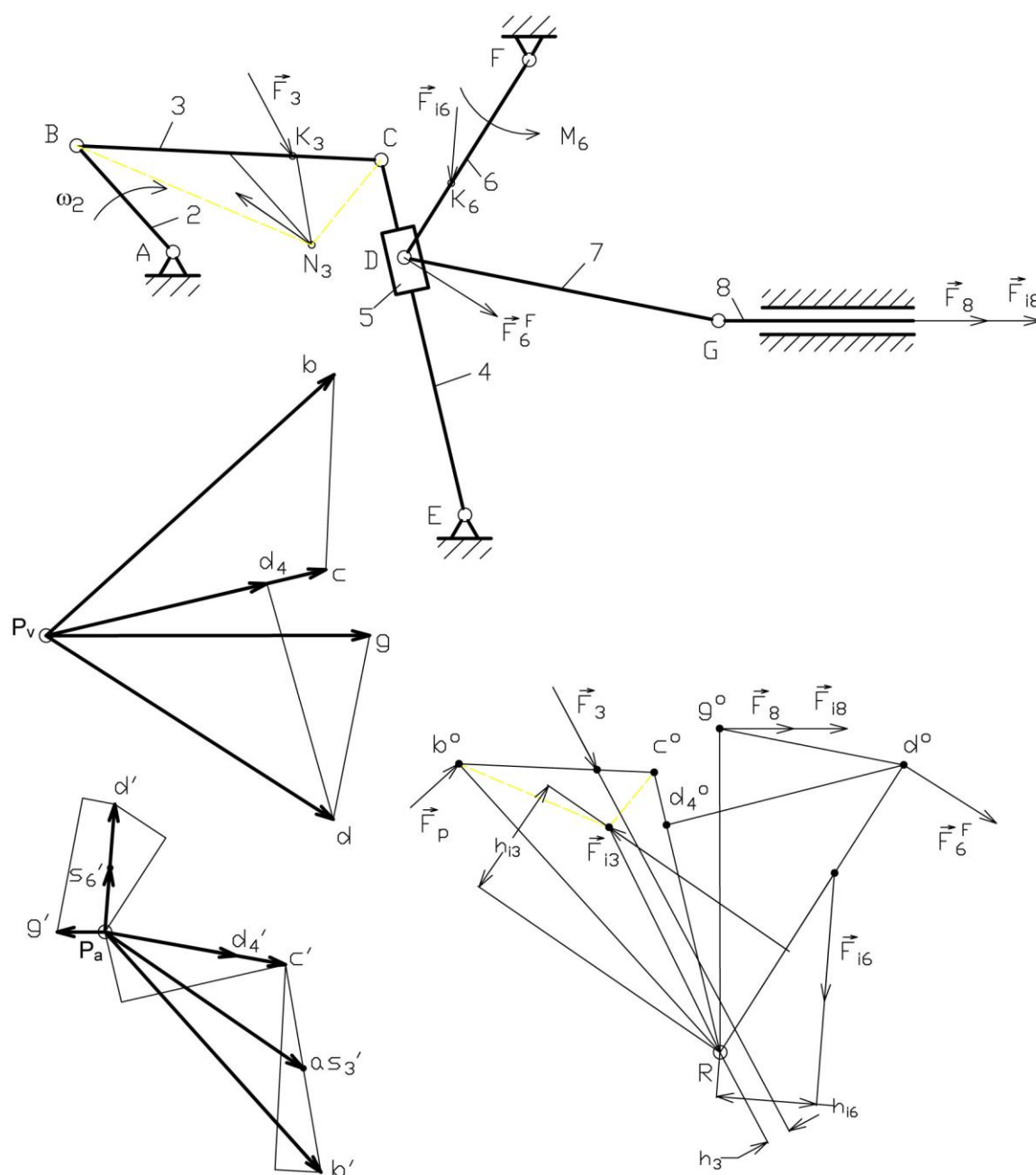
$$F_p \cdot \overline{Rb_o} + F_3 \cdot h_3 + (F_8 + F_{i8}) \cdot \overline{Rg^o} + F_6^F \cdot \overline{Rd^o} + F_{i6} \cdot h_{hi6} - F_{i3} \cdot h_{i3} = 0$$

$$F_p = \frac{-40N \cdot 0,35cm - (90N + 21N) \cdot 4,79cm - 34,78N \cdot 5,05cm - 42,7N \cdot 1,48cm + 142,4}{5,76cm}$$

$$F_p = -91,7N$$

Погонска снага се добија из следећег израза:

$$P_p = M_p \cdot \omega_2 = 91,7N \cdot 0,27m \cdot 40s^{-1} = 990,36W$$

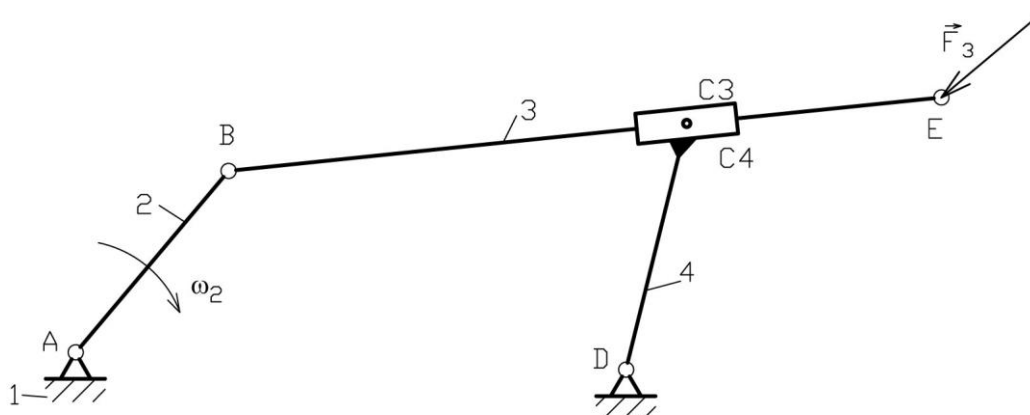


Задатак 5.4.

Одредити погонску силу на механизму методом редукције ако су дати следећи подаци:

$$\omega_2 = 10 \text{ s}^{-1}, \varepsilon_2 = 0 \text{ s}^{-2}, m_2 = 0,2 \text{ kg}, m_3 = 0,6 \text{ kg}, m_4 = 0,5 \text{ kg}, F_3 = 10 \text{ N},$$

$$\rho_3 = 0,35 \overline{BS_3} \text{ i } \rho_4 = 0,45 \cdot \overline{DS_4}, U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}}, U_a = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{1 \text{ cm}}, U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} \text{ i } U_F = \frac{10 \text{ N}}{5 \text{ mm}}.$$



Решење задатка

Напдане тачке инерцијалних сила добијене су из следећих математичких релација:

$$\overline{BK}_3 = \overline{BS}_3 + \frac{\rho_3^2}{\overline{BS}_3} = 47,5mm + \frac{(16,6)^2}{47,5mm} = 53,32mm,$$

$$\overline{DK}_4 = \overline{DS}_4 + \frac{\rho_4^2}{\overline{DS}_4} = 16,7mm + \frac{(7,5)^2}{16,7mm} = 18,39mm.$$

Интензитети убрзања средишта се добијају на основу плана убрзања и познате размере.

$$a_{S3} = \overline{P_{a_{S3}}} \cdot U_a = 2,94cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1cm} = 29,4 \frac{m}{s^2},$$

$$a_{S4} = \overline{P_{a_{S4}}} \cdot U_a = 1,65cm \cdot \frac{10 \frac{m}{s^2}}{1cm} = 16,5 \frac{m}{s^2}.$$

Вредности инерцијалних сила чланова механизма добијене су на следећи начин:

$$F_{i3} = a_{S3} \cdot m_3 = 29,4 \frac{m}{s^2} \cdot 0,6kg = 17,64N,$$

$$F_{i4} = a_{S4} \cdot m_4 = 16,5 \frac{m}{s^2} \cdot 0,5kg = 8,25N.$$

По аналогији из претходног задатка, положаји нападних тачака инерцијалних сила на редукованом механизму се добијају из геометријских пропорција.

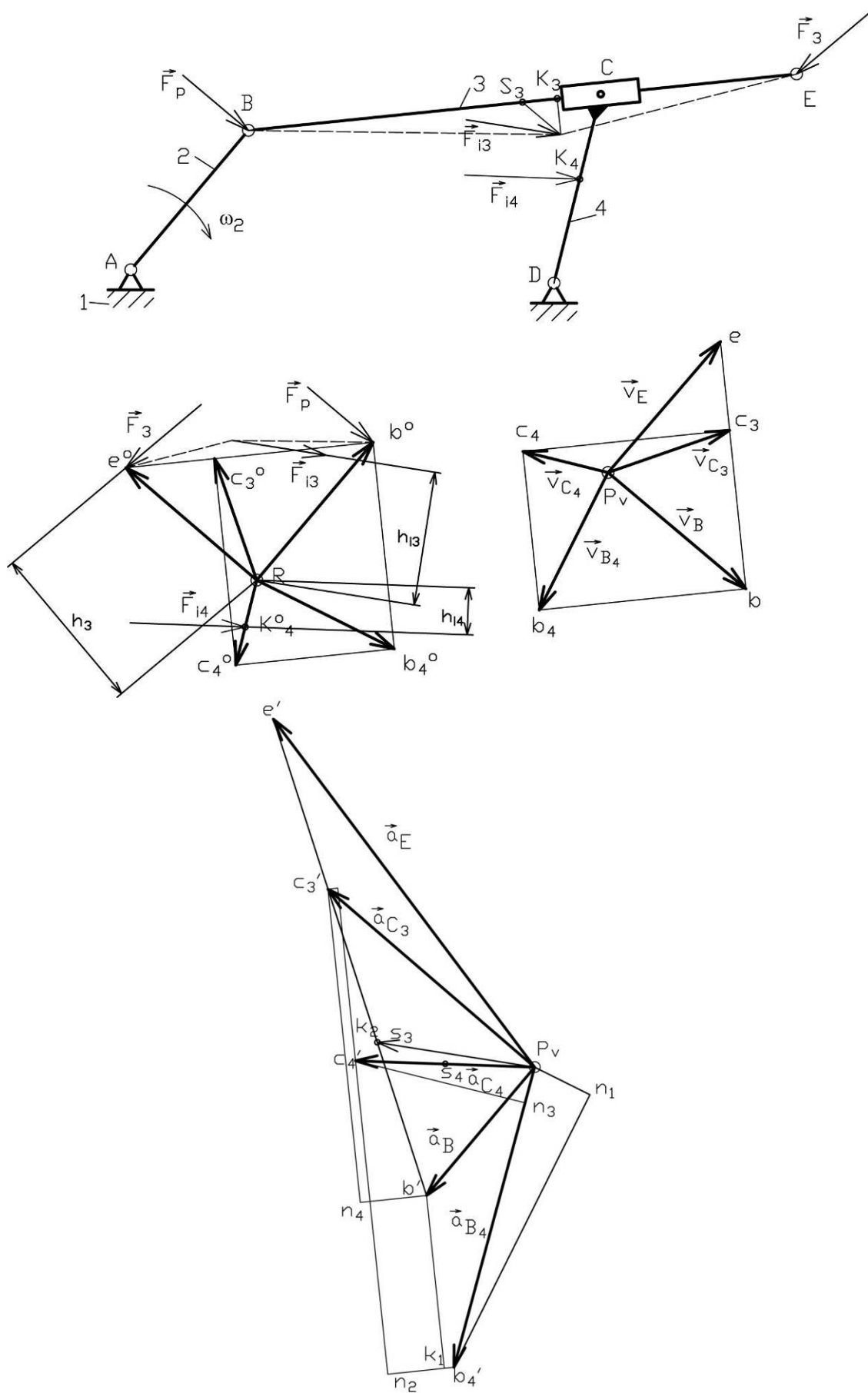
$$\frac{\overline{DC}}{\overline{DK}_4} = \frac{\overline{RC}^o}{\overline{RK}_4} \Rightarrow \overline{RK}_4 = \frac{\overline{RC}^o \cdot \overline{DK}_4}{\overline{DC}} = \frac{18,39mm \cdot 15,06mm}{33,45mm} = 8,28mm$$

Погонска сила добија се из статичког услова равнотеже момената свих сила за редуковани механизам за тачку R

$$\begin{aligned} \sum M_R &= 0 \\ F_p \cdot \overline{Rb_o} - F_3 \cdot h_3 + F_{i3} \cdot h_{i3} - F_{i4} \cdot h_{i4} &= 0 \\ F_p &= \frac{8,25N \cdot 8,2mm + 10N \cdot 29,25mm - 17,64N \cdot 23,07mm}{31mm} = -1,51N \end{aligned}$$

Погонска снага се добија из следећег израза:

$$P_p = M_p \cdot \omega_2 = -1,51N \cdot 0,31m \cdot 10s^{-1} = -4,68W$$



велоциде се добијају спајањем врхова брзина тачака истог члана (најмање две). Детаљније објашњење налази се у уџбенику „Механизми пољопривредних машина“ аутора Глигорић Р. (2015), Пољопривредни факултет Нови Сад.

Размера за цртање плана угаоних брзина одређује се на основу израза:

$$U_{\omega} = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{\frac{1 \frac{m}{s}}{3 \text{ cm}}}{10 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}} = \frac{\frac{1000 \frac{mm}{s}}{30 \text{ mm}}}{100 \text{ mm}} = \frac{1000 \text{ s}^{-1}}{3000 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}}$$

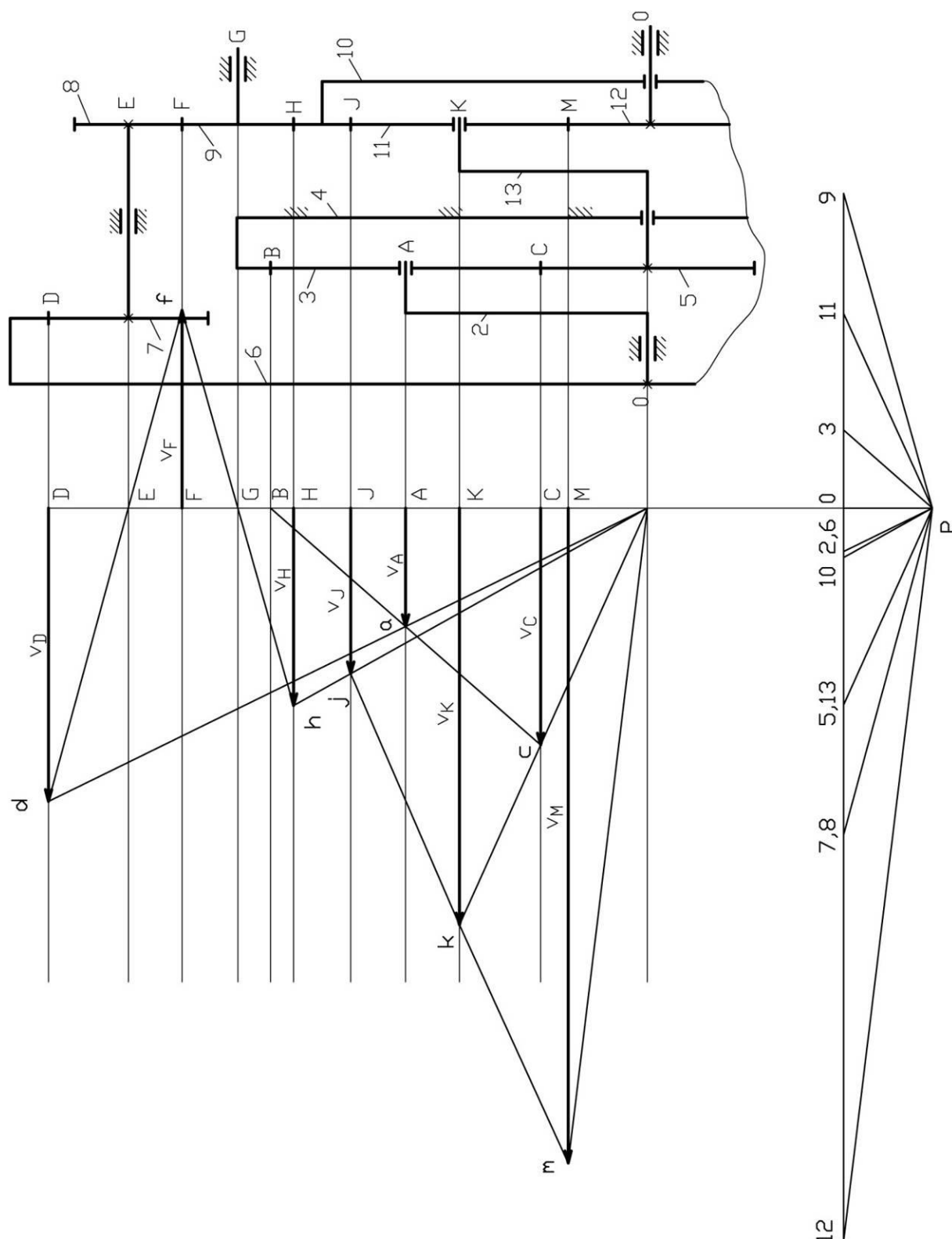
Познате геометријске величине су:

$$OA = 0,41\text{m}; OC = 0,18\text{m}; OK = 0,38\text{m}; OJ = 0,5\text{m}; OM = 0,14\text{m}; OH = 0,6\text{m}; OB = 0,64\text{m}; AB = 0,23\text{m}; ED = 0,135\text{m}; OD = 1,01\text{m}; EF = 0,09\text{m}; FG = 0,094\text{m}.$$

Угаоне брзине чланова преносника су:

$$\begin{aligned} \omega_{11} &= \overline{011} \cdot U_{\omega} = 32,8 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ \omega_3 &= \overline{03} \cdot U_{\omega} = 13,16 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ &= -4,39 \text{ s}^{-1}, \\ \omega_9 &= \overline{09} \cdot U_{\omega} = 53,08 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ &= -17,69 \text{ s}^{-1}, \\ \omega_{10} &= \overline{010} \cdot U_{\omega} = 8,36 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ &= 2,78 \text{ s}^{-1}, \\ \omega_{7,8} &= \overline{07} \cdot U_{\omega} = 55,09 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ &= 18,36 \text{ s}^{-1}, \\ \omega_{11} &= \overline{011} \cdot U_{\omega} = 32,8 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ &= -10,93 \text{ s}^{-1}, \\ \omega_{2,6} &= \overline{02} \cdot U_{\omega} = 7,34 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ &= 2,45 \text{ s}^{-1}, \\ \omega_{5,13} &= \overline{05} \cdot U_{\omega} = 33,21 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ &= 11,07 \text{ s}^{-1}, \\ \omega_{12} &= \overline{012} \cdot U_{\omega} = 123,61 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{3 \text{ mm}} \\ &= 41,2 \text{ s}^{-1}. \end{aligned}$$

$$\text{Преносни однос } i_{6,12} = \frac{\omega_6}{\omega_{12}} = \frac{2,45 \text{ s}^{-1}}{41,2 \text{ s}^{-1}} = 0,059$$



Решење задатка-Аналитичка метода

С обзиром да су члан 2 и 6 међусобно чврсто спојени и да им је заједничка оса ротације, следи да је $\omega_2 = \omega_6 = 2,44 \text{ s}^{-1}$. Ако посматрамо преносник у целини, закључићемо да су зупчаници 6 и 7, односно 8 и 9, као и 9 и 10 цилиндрични зупчаници за паралелна вратила са спољашњим и унутрашњим зупчањем без помичних оса ротације, те се кинематски параметри могу израчунати на основу преносних односа.

Угаона брзина 7 добија се из преносног односа $i_{2,7} = \frac{\omega_2}{\omega_7} = \frac{R_7}{R_2}$, одакле је

$$\omega_7 = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_7} = \frac{2,44 \text{ s}^{-1} \cdot 1,01 \text{ m}}{0,135 \text{ m}} = 18,25 \text{ s}^{-1}.$$

Угаона брзина зупчаника 7 и 8 су исте јер се налазе на истом вратилу те је $\omega_7 = \omega_8 = 18,25 \text{ s}^{-1}$.

Угаона брзина зупчаника 9 се добија из следећег услова:

$$i_{8,9} = \frac{\omega_8}{\omega_9} = -\frac{R_9}{R_8} \Rightarrow \omega_9 = -\frac{\omega_8 \cdot R_8}{R_9} = -\frac{18,25 \text{ s}^{-1} \cdot 0,09 \text{ m}}{0,094 \text{ m}} = -17,47 \text{ s}^{-1}.$$

На исти начин се добија угаона брзина члана 10.

$$i_{9,10} = \frac{\omega_9}{\omega_{10}} = -\frac{R_{10}}{R_9} \Rightarrow \omega_{10} = -\frac{\omega_9 \cdot R_9}{R_{10}} = -\frac{-17,47 \text{ s}^{-1} \cdot 0,094 \text{ m}}{0,6 \text{ m}} = 2,73 \text{ s}^{-1}$$

Даље рачунање се односи на планетарне склопове. Користећи Вилисову једначину за преносни однос планетарних преносника, одредиће се остале вредности угаоних брзина.

$$i_{4,5}^2 = \frac{\omega_4 - \omega_2}{\omega_5 - \omega_2} = i_{4,3} \cdot i_{3,5} = \frac{R_3}{R_4} \cdot \left(-\frac{R_3}{R_4}\right) = \frac{0,23 \text{ m}}{0,64 \text{ m}} \cdot \left(-\frac{0,18 \text{ m}}{0,23 \text{ m}}\right) = -0,28$$

Даље следи:

$$-0,28 = \frac{0 - 2,44 \text{ s}^{-1}}{\omega_5 - 2,44 \text{ s}^{-1}} \Rightarrow \omega_5 = 11,14 \text{ s}^{-1}.$$

Када је позната угаона брзина зупчаника 2 и 5, даље је могуће рачунати преносни однос од зупчаника 10 до 12 преко носача 13:

$$i_{10,12}^{13} = \frac{\omega_{10} - \omega_{13}}{\omega_{12} - \omega_{13}} = i_{10,11} \cdot (-i_{11,12}) = \frac{R_{11}}{R_{10}} \cdot \left(-\frac{R_{12}}{R_{11}}\right) = -\frac{0,14 \text{ m}}{0,5 \text{ m}} = -0,28,$$

те је

$$-0,28 = \frac{2,73 \text{ s}^{-1} - 11,14 \text{ s}^{-1}}{\omega_{12} - 11,14 \text{ s}^{-1}} \Rightarrow \omega_{12} = 40,96 \text{ s}^{-1}.$$

Последњи корак је одређивање угаоне брзине зупчаника 3 и преносни однос од члана 6 до 12:

$$i_{3,5}^2 = \frac{\omega_3 - \omega_2}{\omega_5 - \omega_2} = -\frac{R_5}{R_3} = -\frac{0,18 \text{ m}}{0,23 \text{ m}} = -0,78,$$

$$-0,78 = \frac{\omega_3 - 2,44 \text{ s}^{-1}}{11,14 \text{ s}^{-1} - 2,44 \text{ s}^{-1}} \Rightarrow \omega_3 = -4,31 \text{ s}^{-1},$$

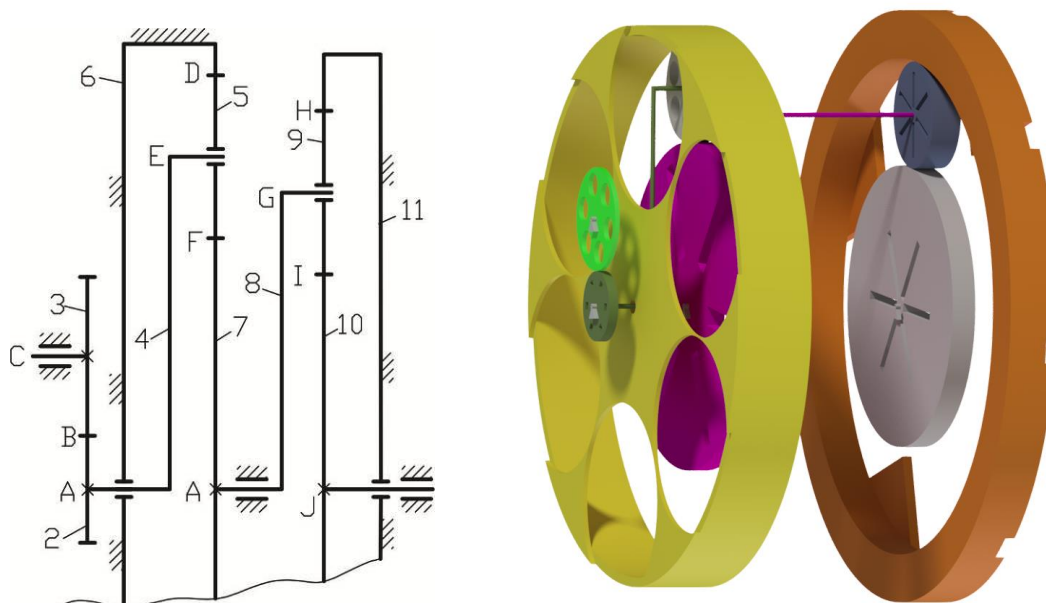
$$i_{6,12} = \frac{\omega_6}{\omega_{12}} = \frac{2,45 \text{ s}^{-1}}{40,96 \text{ s}^{-1}} = 0,059$$

Разлике добијених вредности кинематичких параметара добијене графоаналитичком и аналитичком методом су незнатне због непрецизности графоаналитичке методе.

Задатак 6.2.

Графоаналитичком и аналитичком методом одредити обимне брзине назначених тачака, угаоне брзине чланова и преносни однос од погонског зупчаника 3 до излазног гоњеног 10. Дати подаци су: $v_B = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ и $U_L = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}$.

Усвојити размеру за цртање обимних брзина $U_V = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ cm}}$.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

У првом кораку траба израчунати угаону брзину зупчаника 2, и то на следећи начин:

$$\omega_2 = \omega_4 = \frac{v_B}{R_2} = \frac{0,4 \frac{m}{s}}{0,072 m} = 5,58 s^{-1}.$$

Потом се приступа цртању велоцида, односно плана обимних и угаоних брзина чланова механизма. Размера за цртање плана угаоних брзина:

$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{1 \frac{m}{s}}{1 cm} = \frac{100 \frac{cm}{s}}{1 cm} = \frac{100 s^{-1}}{100 mm} = \frac{1 s^{-1}}{1 mm}.$$

Познате геометријске величине су:

$$AB = 0,072m; BC = 0,105m; AE = 0,44m; FE = 0,107m; AG = 0,34m; GI = 0,108m; IJ = 0,28m; HJ = 0,5m; AD = 0,55m; DF = 0,215m; GH = 0,108m.$$

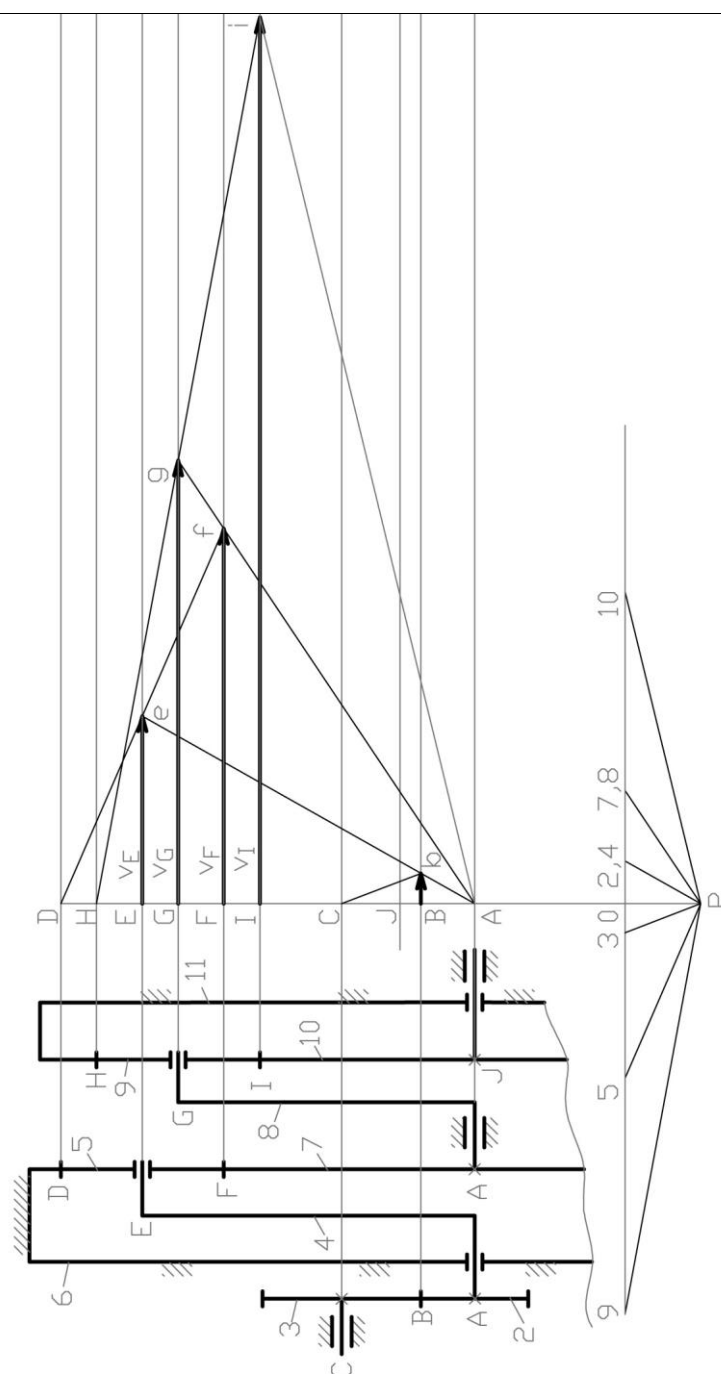
Угаоне брзине чланова преносника су:

$$\omega_3 = \overline{03} \cdot U_\omega = 3,8 mm \frac{1 s^{-1}}{1 mm} = -3,8 s^{-1}, \quad \omega_5 = \overline{05} \cdot U_\omega = 23,04 mm \frac{1 s^{-1}}{1 mm} = -23,04 s^{-1},$$

$$\omega_9 = \overline{09} \cdot U_\omega = 54,25 mm \frac{1 s^{-1}}{1 mm} = -54,25 s^{-1}, \quad \omega_{7,8} = \overline{07} \cdot U_\omega = 14,95 mm \frac{1 s^{-1}}{1 mm} = 14,95 s^{-1},$$

$$\omega_{10} = \overline{010} \cdot U_\omega = 41,27 mm \frac{1 s^{-1}}{1 mm} = 41,27 s^{-1}.$$

$$\text{Преносни однос } i_{3,10} = \frac{\omega_3}{\omega_{10}} = \frac{-3,8 s^{-1}}{41,88 s^{-1}} = -0,09.$$



Решење задатка-Аналитичка метода

С обзиром да су члан 2 и 4 међусобно чврсто спојени и да им је заједничка оса ротације, произилази да је $\omega_2 = \omega_4 = 5,58 \text{ s}^{-1}$. Зупчаници 2 и 3 су чеоно спрегнути без помичних оса ротације, те се кинематички параметри могу израчунати на основу преносних односа.

Угаона брзина 3 добија се из преносног односа $i_{2,3} = -\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}$, одакле је

$$\omega_3 = \frac{-\omega_2 \cdot R_2}{R_3} = \frac{5,58 \text{ s}^{-1} \cdot 0,072 \text{ m}}{0,105 \text{ m}} = -3,82 \text{ s}^{-1}.$$

Даље рачунање се односи на планетарне склопове. Користећи Вилисову једначину за преносни однос планетарних преносника, решиће се остале

вредности угаоних брзина.

$$i_{6,7}^4 = \frac{\omega_6 - \omega_4}{\omega_7 - \omega_4} = i_{6,5} \cdot (-i_{5,7}) = \frac{R_5}{R_6} \cdot \left(-\frac{R_7}{R_5}\right) = \frac{0,215 \text{ m}}{0,55 \text{ m}} \cdot \left(-\frac{0,33 \text{ m}}{0,215 \text{ m}}\right) = -0,6$$

$$-0,6 = \frac{-5,58}{\omega_7 - 5,58} \Rightarrow \omega_7 = 14,88 \text{ s}^{-1}$$

На исти начин се добија угаона брзина члана 5:

$$i_{5,7}^4 = \frac{\omega_5 - \omega_4}{\omega_7 - \omega_4} = \left(-\frac{R_7}{R_5}\right) = \frac{0,33 \text{ m}}{0,107 \text{ m}} = -3,08,$$

$$-3,08 = \frac{\omega_5 - 5,58 \text{ s}^{-1}}{14,88 \text{ s}^{-1} - 5,26 \text{ s}^{-1}} \Rightarrow \omega_5 = -24,36 \text{ s}^{-1}.$$

Када је позната угаона брзина зупчаника 7 и 11, даље је могуће рачунати преносни однос од зупчаника 11 до 10 преко носача 8.

$$i_{11,10}^8 = \frac{\omega_{11} - \omega_8}{\omega_{10} - \omega_8} = i_{11,9} \cdot (-i_{9,10}) = \frac{R_9}{R_{11}} \cdot \left(-\frac{R_{10}}{R_9}\right) = -\frac{0,28 \text{ m}}{0,5 \text{ m}} = -0,56 \text{ m},$$

те је

$$-0,56 = \frac{-14,88 \text{ s}^{-1}}{\omega_{10} - 14,88 \text{ s}^{-1}} \Rightarrow \omega_{10} = 41,45 \text{ s}^{-1}.$$

Одређивање угаоне брзине зупчаника 9:

$$i_{9,10}^8 = \frac{\omega_9 - \omega_8}{\omega_{10} - \omega_8} = -\frac{R_{10}}{R_9} = -\frac{0,28 \text{ m}}{0,108 \text{ m}} = -2,59,$$

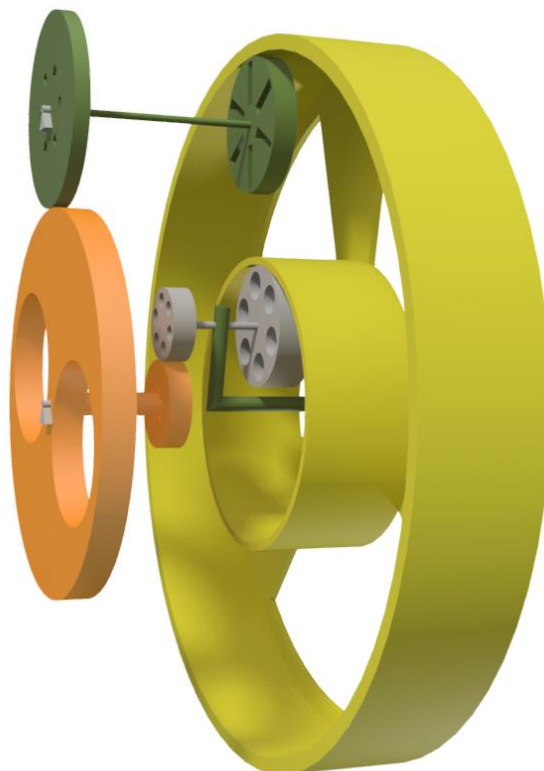
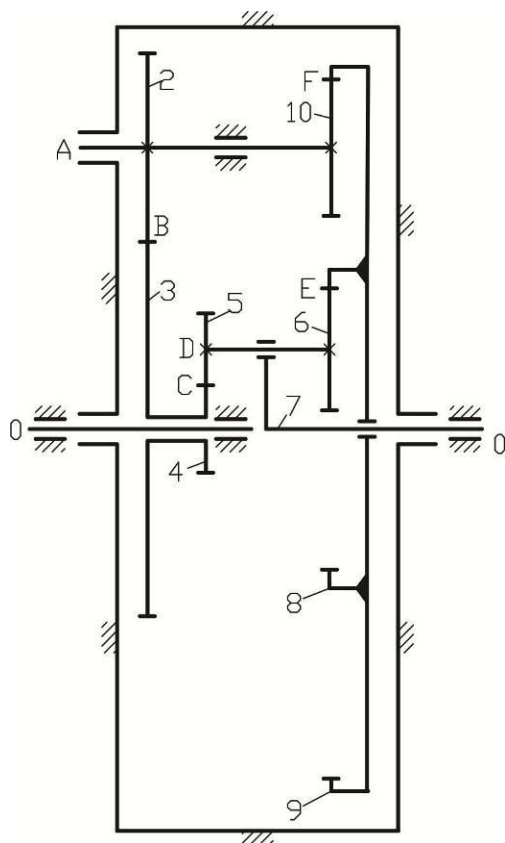
$$-2,59 = \frac{\omega_9 - 14,88 \text{ s}^{-1}}{41,45 \text{ s}^{-1} - 14,88 \text{ s}^{-1}} \Rightarrow \omega_9 = -53,83 \text{ s}^{-1}.$$

Преносни однос $i_{3,10} = \frac{\omega_3}{\omega_{10}} = \frac{-3,82 \text{ s}^{-1}}{41,45 \text{ s}^{-1}} = -0,092$.

Задатак 6.3.

За планетарни преносник графоаналитичком и аналитичком методом одредити угаоне брзине назначених чланова и преносни однос од улазног зупчаника 2 до излазног носача 7. Дато је: $n_2 = 200^\circ/\text{min}$ и $U_L = \frac{10 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}$.

Препоручене размере су: $U_V = \frac{1 \text{ m}}{2 \text{ cm}}$ и $H = 10 \text{ mm}$.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

Угаона брзина зупчаника 2 одређује се на следећи начин:

$$\omega_2 = \omega_{10} = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 200}{60} = 20,93 \text{ s}^{-1}.$$

Обимна брзина тачке Б је

$$v_B = OB \cdot \omega_2 = 0,124 \text{ m} \cdot 20,93 \text{ s}^{-1} = 2,59 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Потом се приступа цртању велоцида, односно плана обимних и угаоних брзина чланова механизма. Размера за угаоне брзине је:

$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{\frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}}}{10 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}} = \frac{\frac{100 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}}}{100 \text{ mm}} = \frac{50 \text{ s}^{-1}}{100 \text{ mm}} = \frac{5 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ mm}}.$$

Познате геометријске величине су:

$AB = 0,124 \text{ m}$; $OB = 0,247 \text{ m}$; $OC = 0,057 \text{ m}$; $CD = 0,047 \text{ m}$; $OD = 0,105 \text{ m}$; $DE = 0,08 \text{ m}$; $OE = 0,185 \text{ m}$; $OF = 0,46 \text{ m}$; $AF = 0,089 \text{ m}$.

На основу плана одређују се угаоне брзине:

$$\omega_{2,10} = \overline{02} \cdot U_\omega = 41,67 \text{ mm} \frac{5 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ mm}} = 20,83 \text{ s}^{-1},$$

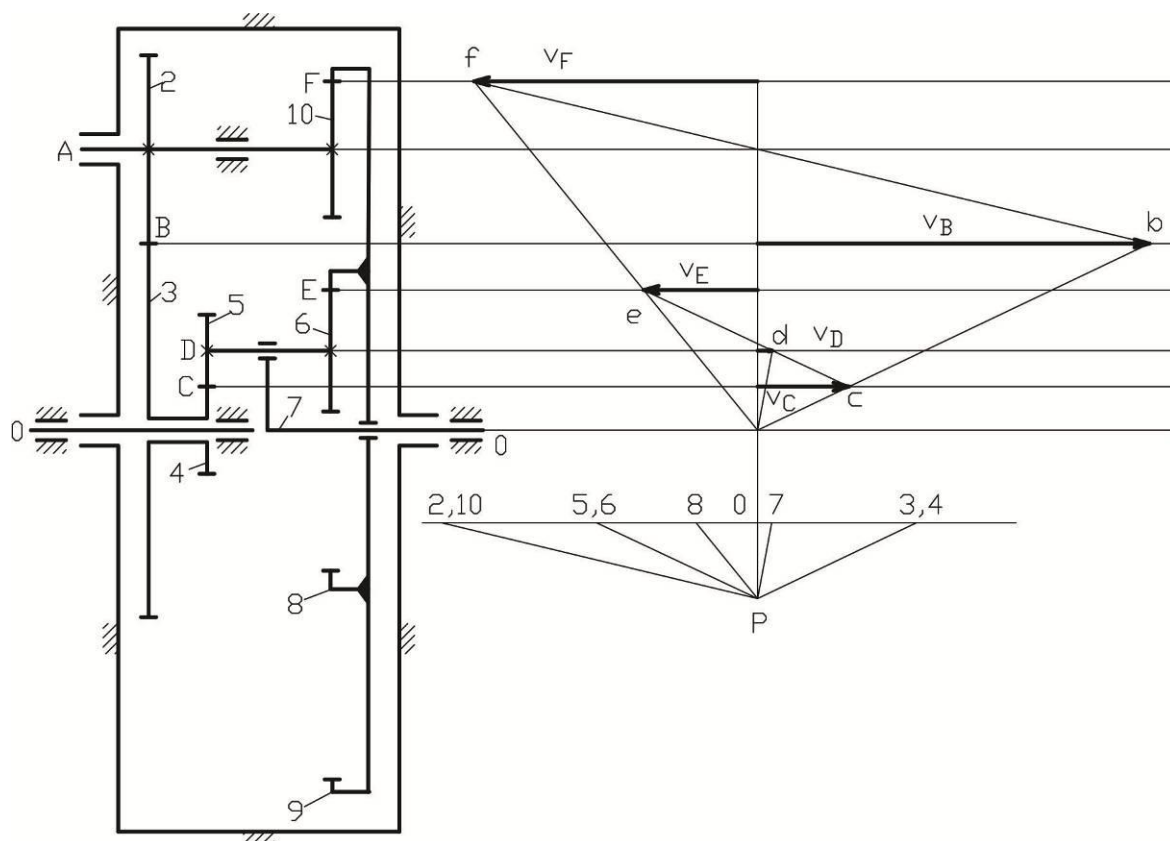
$$\omega_{5,6} = \overline{05} \cdot U_\omega = 21,22 \text{ mm} \frac{5 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ mm}} = 10,6 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_8 = \overline{08} \cdot U_\omega = 8,2 \text{ mm} \frac{5 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ mm}} = 4,06 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_7 = \overline{07} \cdot U_\omega = 1,89 \text{ mm} \frac{5 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ mm}} = -0,945 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_{3,4} = \overline{03} \cdot U_\omega = 20,99 \text{ mm} \frac{5 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ mm}} = 10,49 \text{ s}^{-1}.$$

$$\text{Преносни однос } i_{2,7} = \frac{\omega_2}{\omega_7} = \frac{20,83 \text{ s}^{-1}}{-0,945 \text{ s}^{-1}} = -22,04.$$



Решење задатка-Аналитичка метода

Из горе наведеног се могу израчунати угаоне брзине зупчаника 3 и 8, 9 јер се ради о класичној спрези са погонским зупчаником 2:

$$i_{2,3} = -\frac{R_3}{R_2} = \frac{\omega_2}{\omega_3} \Rightarrow \omega_3 = -\frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_3} = -\frac{20,85 \text{ s}^{-1} \cdot 0,124 \text{ m}}{0,247 \text{ m}} = -10,46 \text{ s}^{-1}, \omega_4 = \omega_3,$$

$$i_{10,8} = \frac{R_8}{R_{10}} = \frac{\omega_{10}}{\omega_8} \Rightarrow \omega_8 = \frac{\omega_{10} \cdot R_{10}}{R_8} = \frac{20,85 \text{ s}^{-1} \cdot 0,089 \text{ m}}{0,46 \text{ m}} = 4,03 \text{ s}^{-1}, \omega_9 = \omega_8,$$

Даље рачунање се односи на планетарне склопове. Користећи Вилисову једначину за преносни однос планетарних преносника, добијају се остале вредности угаоних брзина.

$$i_{4,8}^7 = \frac{\omega_4 - \omega_7}{\omega_8 - \omega_7} = -i_{4,5} \cdot i_{6,8} = -\frac{R_5}{R_4} \cdot \frac{R_8}{R_6} = -\frac{0,047 \text{ m}}{0,057 \text{ m}} \cdot \frac{0,185 \text{ m}}{0,08 \text{ m}} = -1,96,$$

$$-1,96 = \frac{10,46 \text{ s}^{-1} - \omega_7}{4,03 \text{ s}^{-1} - \omega_7} \Rightarrow \omega_7 = -0,94 \text{ s}^{-1}.$$

На исти начин се добија угаона брзина члана 5:

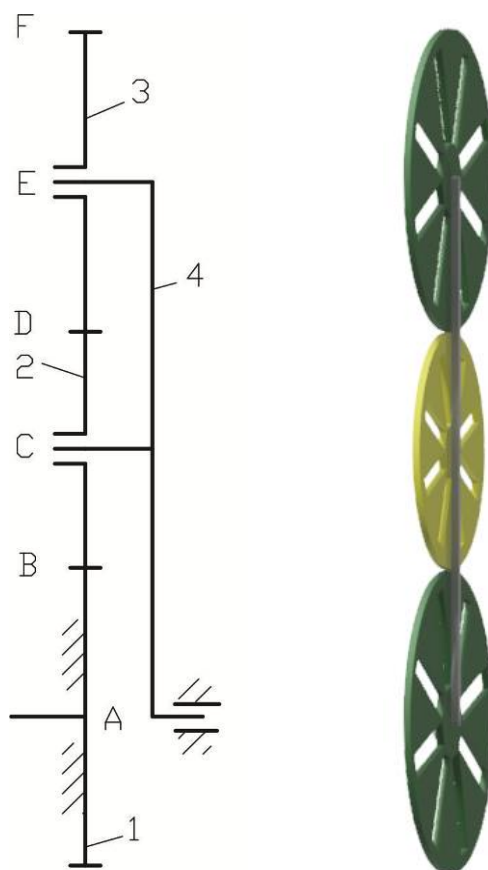
$$i_{4,5}^7 = \frac{\omega_4 - \omega_7}{\omega_5 - \omega_7} = \left(-\frac{R_5}{R_4}\right) = -\frac{0,047 \text{ m}}{0,057 \text{ m}} = -0,82,$$

$$-0,82 = \frac{-10,46 \text{ s}^{-1} - \omega_7}{\omega_5 - 0,94 \text{ s}^{-1}} \Rightarrow \omega_5 = -10,67 \text{ s}^{-1}.$$

Задатак 6.4.

За епициклични планетарни преносник дати су подаци: $\omega_4 = \pm 10 \text{ s}^{-1}$, $U_V = \frac{1 \text{ m}}{1 \text{ cm}}$ и $U_L = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}$. Одредити:

- обимну брзине тачке С,
- угаону брзину зупчаника 3 и
- преносни однос од погонског члана (4) до зупчаника 3.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

У првом кораку ће се израчунати обимне брзине у тачки Ц и Е.

$$v_C = \overline{AC} \cdot U_L \cdot \omega_4 = 35,63 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} \cdot (\pm 10 \text{ s}^{-1}) = \pm 3,563 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_E = \overline{AE} \cdot U_L \cdot \omega_4 = 71,43 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}} \cdot (\pm 10 \text{ s}^{-1}) = \pm 7,143 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Потом се приступа цртању велоцида, односно плана обимних и угаоних брзина чланова механизма. Размера за план угаоних брзина је:

$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}} = \frac{100 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{200 \text{ mm}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{2 \text{ mm}}.$$

Познате геометријске величине су:

$$AB = 0,19\text{m}; AD = 0,51\text{m}; AC = 0,36\text{m}; AE = 0,71\text{m}; BC = 0,16\text{m}; DE = 0,20\text{m}.$$

Угаоне брзине се добијају из следећих релација:

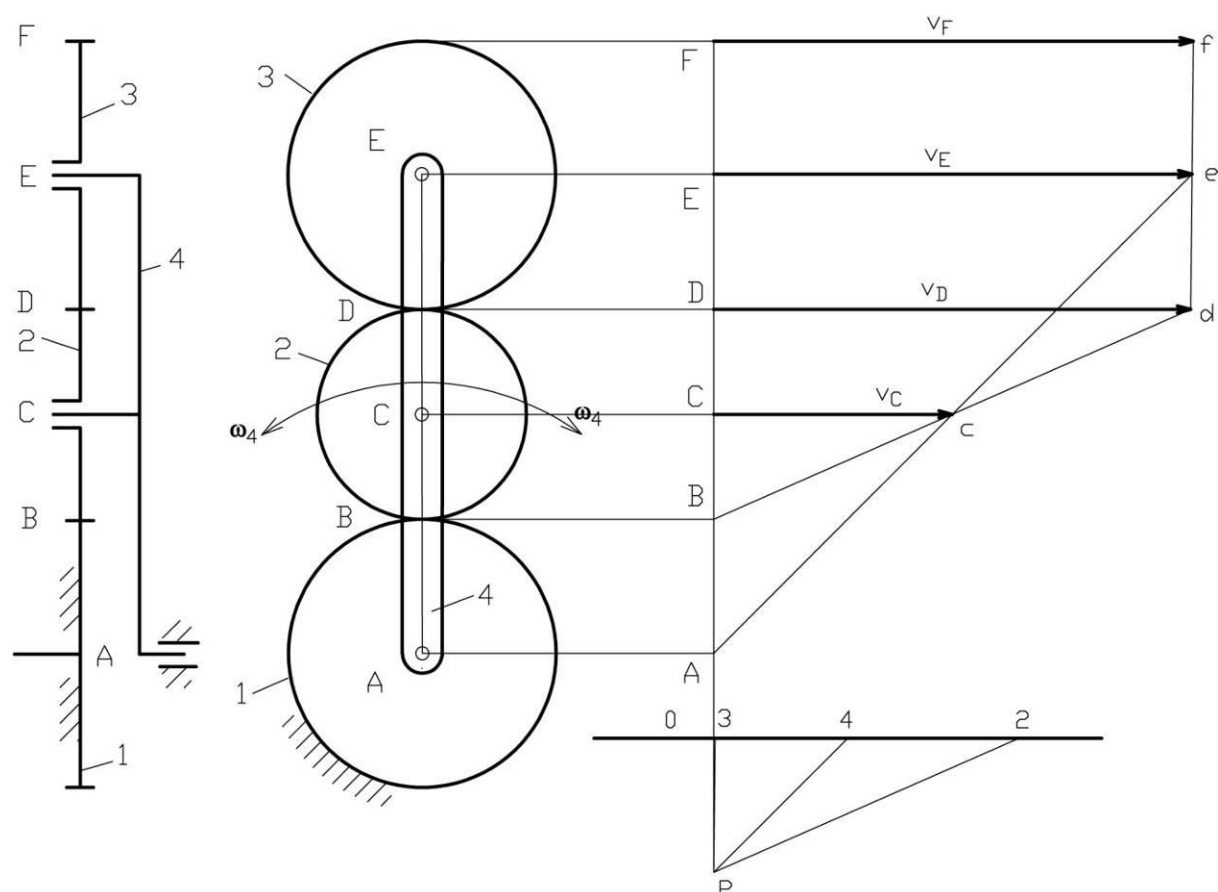
$$\omega_4 = \overline{04} \cdot U_\omega = 19,99 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{2 \text{ mm}} = 10 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_2 = \overline{02} \cdot U_\omega = 45,57 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{2 \text{ mm}} = 22,78 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_3 = \overline{03} \cdot U_\omega = 0,07 \text{ mm} \frac{1 \text{ s}^{-1}}{2 \text{ mm}} = 0,0035 \text{ s}^{-1}.$$

Преносни однос је:

$$i_{4,3} = \frac{\omega_4}{\omega_3} = \frac{\pm 10}{0} = \infty.$$

**Аналитичка метода-Решење задатка**

Из преносног односа $i_{1,3}^4 = \frac{\omega_1 - \omega_4}{\omega_3 - \omega_4}$ добија се $\omega_3 = \frac{i_{13}^4 \cdot \omega_4 - \omega_4}{i_{13}^4} = \frac{1 \cdot 10 - 10}{1} = 0 \text{ s}^{-1}$ за $\omega_4 = +10 \text{ s}^{-1}$ јер је $i_{1,3} = \frac{D_2}{D_1} \cdot \frac{D_3}{D_2} = \frac{D_3}{D_1} = \frac{0,4}{0,4} = 1$.

Из истог израза за $\omega_4 = -10 \text{ s}^{-1}$ добија се

$$\omega_3 = \frac{i_{13}^4 \cdot \omega_4 - \omega_4}{i_{13}^4} = \frac{1 \cdot (-10) - (-10)}{1} = 0 \text{ s}^{-1}.$$

То значи да се зупчаник 3 не обрће већ се транслаторно помера по кружници полупречника АЕ. Преносни однос је:

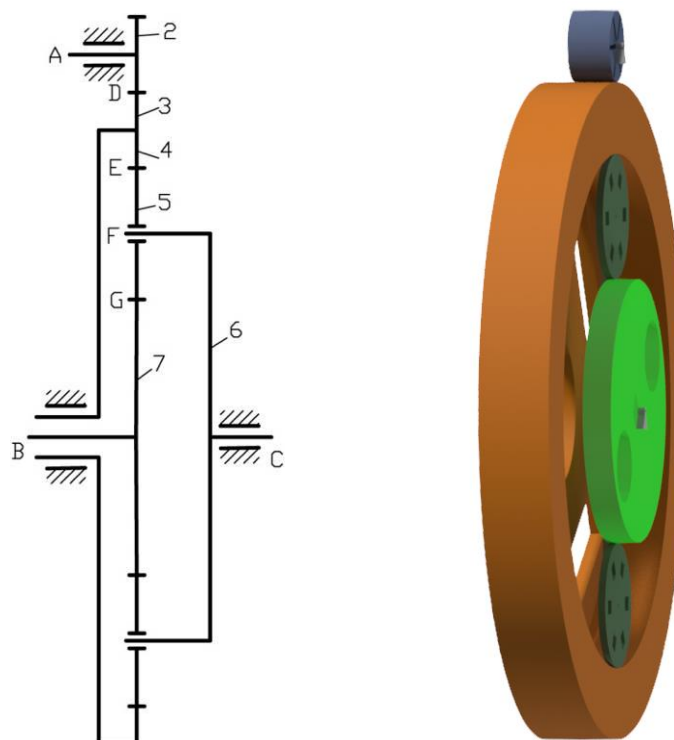
$$i_{4,3} = \frac{\omega_4}{\omega_3} = \frac{\pm 10}{0} = \infty.$$

Задатак 6.5.

За диференцијални планетарни преносник дати су подаци: $\omega_7 = 12 \text{ s}^{-1}$, $\omega_2 = -8 \text{ s}^{-1}$ и $U_L = \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}$. Графоаналитичком и аналитичком методом одредити:

- угаону брзину носача 6,
- обимну брзине тачке F и
- преносни однос од погонског зупчаника 7 до излазног гоњеног носача 6.

Усвојити размеру за цртање обимних брзина $U_V = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{2 \text{ cm}}$ и растојање $H = 10 \text{ mm}$.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

Обимне брзине тачака D и G се рачуна из израза:

$$v_D = R_2 \cdot \omega_2 = 0,050 \cdot (-8) = -0,4 \frac{m}{s} \text{ и}$$

$$v_G = R_7 \cdot \omega_7 = 0,182 \cdot 12 = 2,184 \frac{m}{s}.$$

Познате геометријске величине су:

BG=0,182m; BF=0,3m; FG=0,087m; BE=0,35m; BD=0,45m; AD=0,46m.

На основу плана брзина добија се обимна брзина тачке Ф:

$$v_F = \overline{Ff} \cdot U_v = 1,87 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 0,93 \frac{m}{s}.$$

Размера за угаоне брзине једнака је:

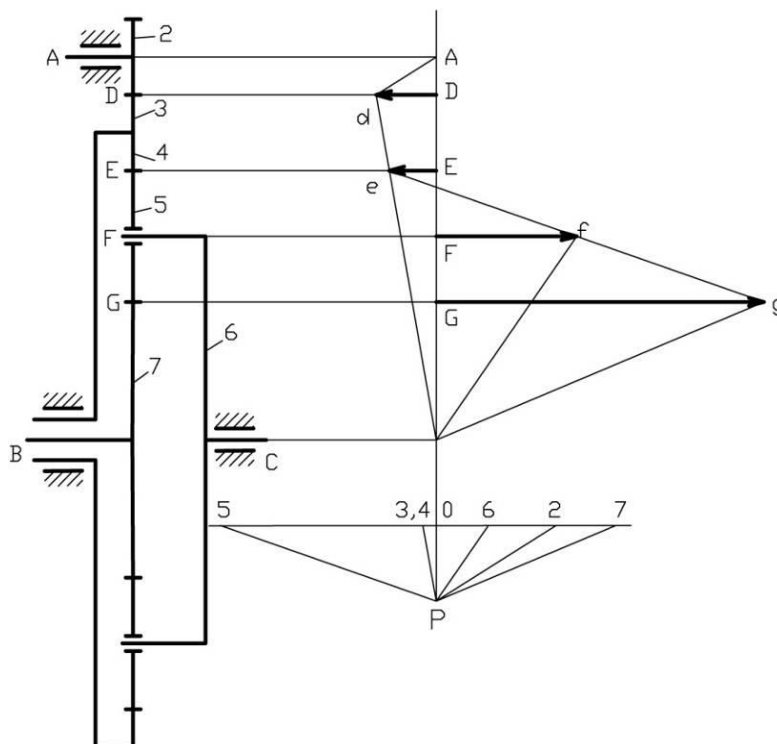
$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{\frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}}}{10 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}} = \frac{5 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ mm}}.$$

Угаона брзина члана 6 је:

$$\omega_6 = \overline{06} \cdot U_\omega = 6,95 \text{ mm} \cdot \frac{5 \text{ s}^{-1}}{10 \text{ mm}} = 3,47 \text{ s}^{-1}.$$

Преносни однос је:

$$i_{7,6} = \frac{\overline{07}}{\overline{06}} = \frac{7,18}{2,08} = 3,45.$$



Решење задатка-Аналитичка метода

Угаона брзина прстенастиг зупчаника 3,4 добија се из преносног односа $i_{2,3} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{D_3}{D_2}$, одакле је $\omega_3 = \frac{\omega_2 \cdot R_2}{R_3} = \frac{-8 \cdot 50}{450} = -0,888 \text{ s}^{-1}$. Угаона брзина прстенастиг зупчаника 4 је $\omega_4 = \omega_3 = -0,888 \text{ s}^{-1}$. Преносни однос од зупчаника 7 до 4 релативно према носачу 6 је:

$$i_{7,4}^6 = \frac{\omega_7 - \omega_6}{\omega_4 - \omega_6} = \frac{-R_5}{R_7} \cdot \frac{R_4}{R_5} = -\frac{87}{182} \cdot \frac{356}{87} = -1,95, \text{ oдакле је:}$$

$$i_{7,4}^6(\omega_4 - \omega_6) = \omega_7 - \omega_6,$$

$$-1,95\omega_4 + 1,95\omega_6 - \omega_7 = -\omega_6,$$

$$-1,95 \cdot (-0,888) - 12 = -\omega_6 - 1,95 \cdot \omega_6,$$

$$1,731 - 12 = -\omega_6(1 + 1,95),$$

$$-10,27 = -\omega_6 \cdot 2,95,$$

$$\omega_6 = \frac{10,27}{2,95} = 3,481 \frac{m}{s}$$

Обимна брзина тачке F је:

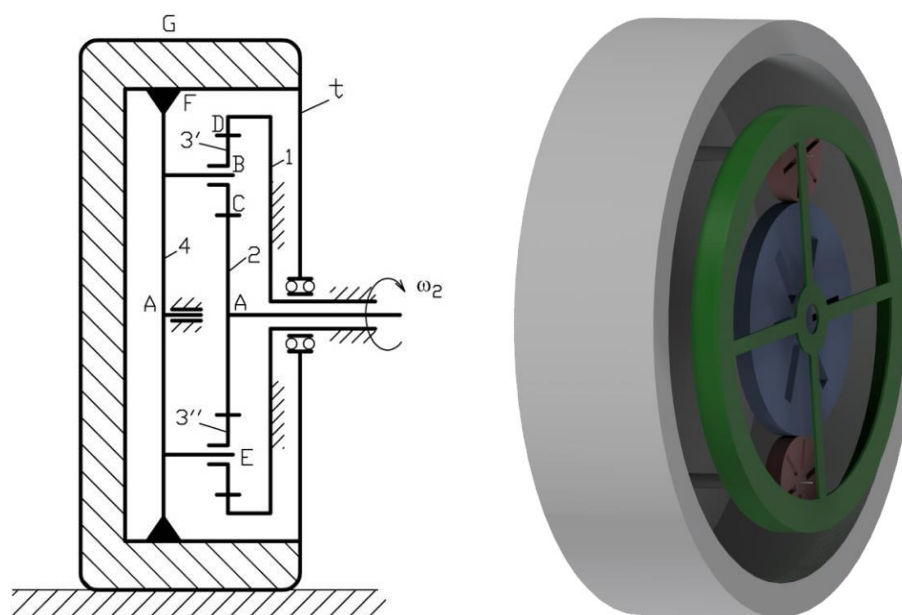
$$v_F = R_6 \cdot \omega_6 = 0,269 \cdot 3,481 = 0,936 \frac{m}{s}.$$

Преносни однос је:

$$i_{7,6} = \frac{\omega_7}{\omega_6} = \frac{12}{3,48} = 3,44.$$

Задатак 6.6.

Епициклични планетарни механизам погони точак трактора (т). Централни зупчаник (2) добија погон од диференцијалног планетарног механизма трактора. Угаона брзина зупчаника (2) је $\omega_2 = 5 \text{ s}^{-1}$. Размера цртања је $U_L = \frac{1 \text{ m}}{3,5 \text{ cm}}$. Одредити угаону и обимну брзину точка (т). Задатак решити графо-аналитичком и аналитичком методом. Размера за цртање плана обимних брзина је $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \text{ cm}}$.



Решење задатка-Графичка метода

Кинематички параметри

:

$$v_t = \overline{Gg} \cdot U_v = 3,68 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}} = 1,84 \frac{m}{s},$$

$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{\frac{1 \frac{m}{s}}{2 \text{ cm}}}{1 \text{ cm} \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{3,5 \text{ cm}}} = \frac{1 s^{-1}}{0,57 \text{ cm}},$$

$$\omega_t = \overline{Ot} \cdot U_\omega = 3,06 \text{ cm} \cdot \frac{1 s^{-1}}{1,71 \text{ cm}} = 1,789 s^{-1}.$$

Решење задатка-Аналитичка метода

Преносни однос за планетарне преноснике се одређује као:

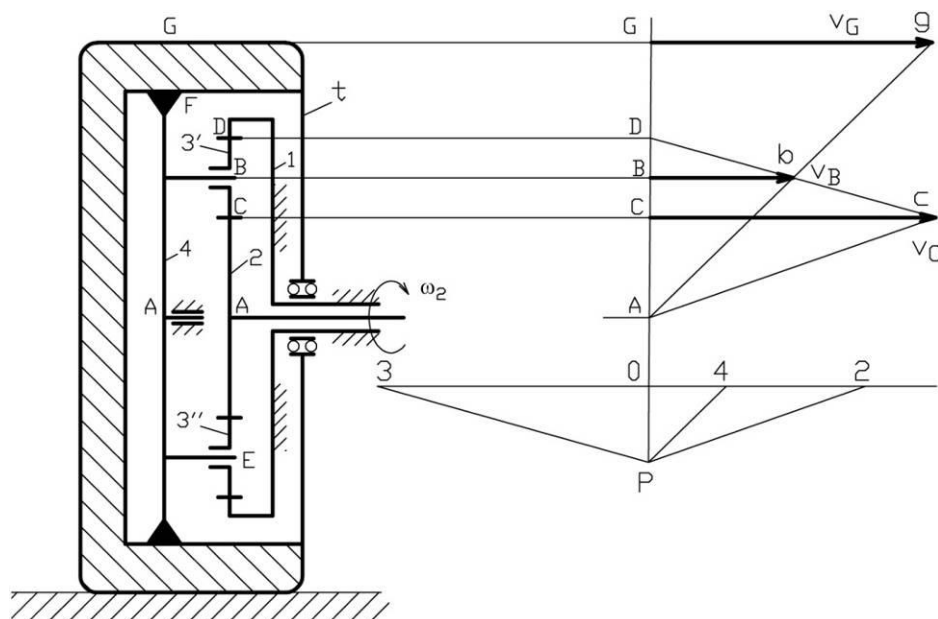
$$i_{21}^4 = \frac{\omega_2 - \omega_4}{\omega_1 - \omega_4},$$

одакле је угаона брзина носача 4 $\omega_4 = \frac{\omega_2}{1 - i_{21}^4}$ јер је $\omega_1 = 0$. Преносни однос i_{21}^4 једнак је:

$$i_{21}^4 = \frac{-R_3}{R_2} \cdot \frac{R_1}{R_3} = -\frac{R_1}{R_2} = -\frac{2,37 \text{ cm}}{1,31 \text{ cm}} = -1,81,$$

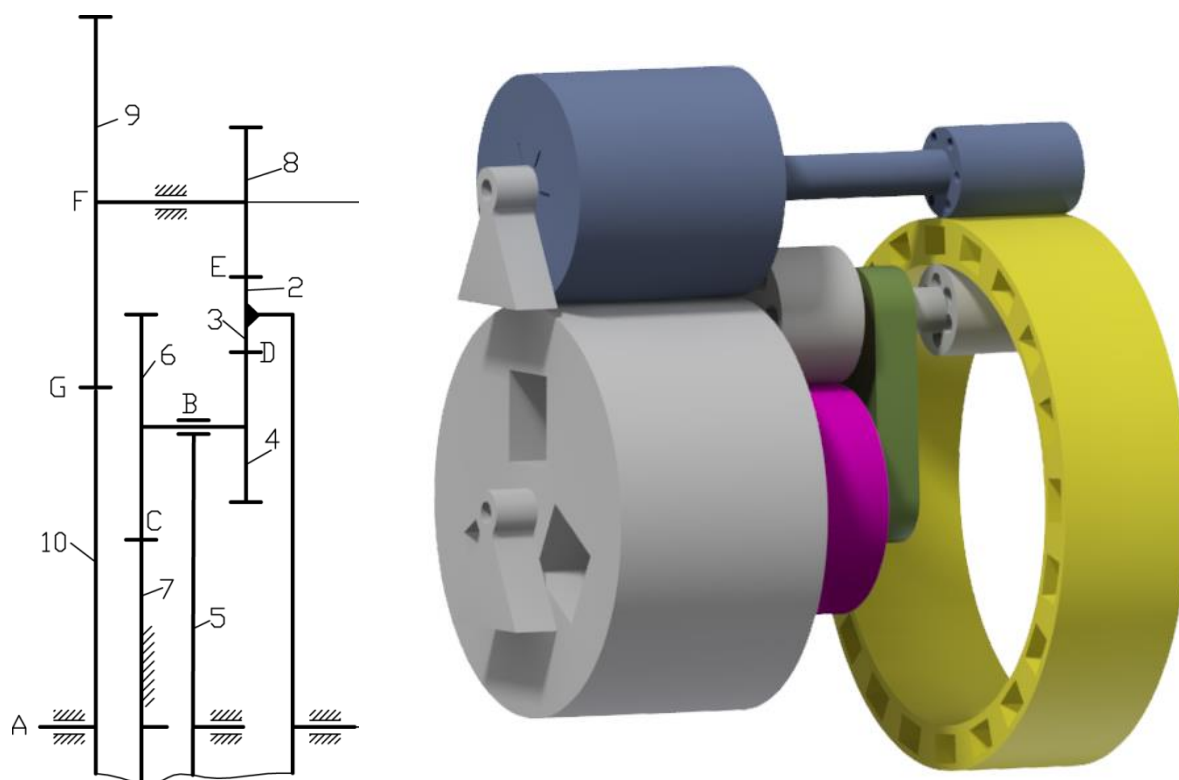
одакле је $\omega_4 = \frac{\omega_2}{1 - i_{21}^4} = \frac{5}{1 + 1,809} = 1,77 s^{-1}$.

Обимна брзина точка је $v_t = R_t \cdot \omega_4 = 1,037 \text{ m} \cdot 1,77 s^{-1} = 1,836 \frac{m}{s}$.



Задатак 6.8.

Планетарни епициклични преносник погони носач (5) угаоном брзином $\omega_5 = 100 \text{ s}^{-1}$. Сателит (6) обрће се око непокретног зупчаника (7), а сателит (4) обрће се унутар прстенастиог зупчаника (3). Прстенасти зупчаник са спољним зупчањем (2) спрегнут је са зупчаником (8). Дати су полупречници: $R_2 = 60 \text{ mm}$, $R_3 = 50 \text{ mm}$, $R_4 = 10 \text{ mm}$, $R_5 = 40 \text{ mm}$, $R_6 = 15 \text{ mm}$, $R_7 = 25 \text{ mm}$, $R_8 = 10 \text{ mm}$, $R_9 = 25 \text{ mm}$ и $R_{10} = 45 \text{ mm}$. Графоаналитичком и аналитичком методом одредити: обимне брзине тачака D и G, угаоне брзине зупчаника и преносни однос од носача (5) до зупчаника (10). При коришћењу графоаналитичке методе усвојити размену за брзине $U_v = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5 \text{ cm}}$.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

Угаона брзина носача 5 се добија из следећег израза:

$$v_B = R_5 \cdot \omega_5 = 0,04 \cdot 100 = 4 \text{ m/s.}$$

Размера за план угаоних брзина се добија из израза:

$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ cm}}} = \frac{100 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}{0,5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{\frac{1 \text{ cm}}{100}} = \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}}.$$

Из плана обимних и угаоних брзина добијене су следеће вредности:

$$v_D = \overline{Dd} \cdot U_v = 3,33 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ m/s}}{0,5 \text{ cm}} = 6,66 \text{ m/s,}$$

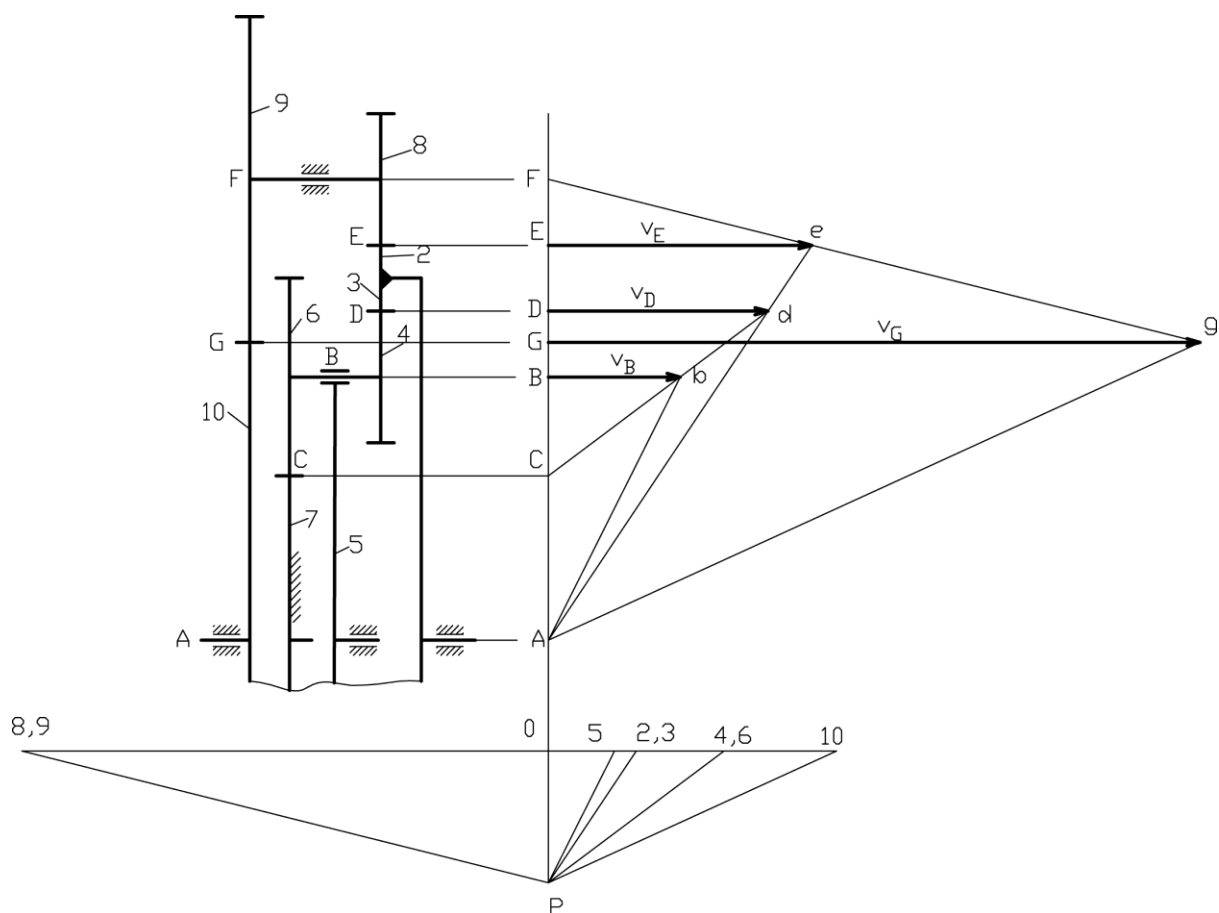
$$\omega_2 = \omega_3 = \overline{02} \cdot U_\omega = 1,34 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}} = 134 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_4 = \omega_6 = \overline{04} \cdot U_\omega = 2,66 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}} = 266 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_8 = \omega_9 = \overline{08} \cdot U_\omega = 8,00 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}} = 800 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_{10} = \overline{010} \cdot U_\omega = 4,37 \text{ cm} \cdot \frac{1 \text{ s}^{-1}}{0,01 \text{ cm}} = 437 \text{ s}^{-1},$$

$$i_{5,10} = \frac{\omega_5}{\omega_{10}} = \frac{100}{437} = 0,228.$$



Решење задатка-Аналитичка метода

Обимна брзина зупчаника 5 добија се из обрасца:

$$v_B = R_5 \cdot \omega_5 = 0,04 \cdot 100 = 4 \frac{m}{s}.$$

Одређивање осталих параметара одређује се применом Вилисовог израза, те следи да је:

$$i_{7,6}^5 = \frac{\omega_7 - \omega_5}{\omega_6 - \omega_5} = -\frac{R_6}{R_7} = -\frac{15 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} = -0,6.$$

Даље следи да је:

$$\omega_6 = \frac{-\omega_5 + i_{7,6}^5 \cdot \omega_5}{i_{7,6}^5} = \frac{-100 + (-0,6) \cdot 100}{-0,6} = 266,67 \text{ s}^{-1}$$

С обзиром да су зупчаници 4 и 6 на заједничком вратилу, њихове угаоне брзине су једнаке:

$$\omega_4 = \omega_6 = 266,66 \text{ s}^{-1}.$$

Угаона брзина зупчаника 2 и 3 се рачуна из следећих израза:

$$i_{3,4}^5 = \frac{\omega_3 - \omega_5}{\omega_4 - \omega_5} = \frac{R_4}{R_3} = \frac{10}{50} = 0,2,$$

$$\omega_3 = (266,66 - 100) \cdot 0,2 + 100 = 133,32 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_2 = \omega_3 = 133,32 \text{ s}^{-1}.$$

Угаона брзина зупчаника 10 се рачуна из следећих израза:

$$i_{2,10} = i_{2,8} \cdot i_{9,10} = \frac{R_8}{R_2} \cdot \frac{R_{10}}{R_9} = \frac{10}{60} \cdot \frac{45}{25} = 0,3,$$

$$i_{2,10} = \frac{\omega_2}{\omega_{10}},$$

$$\omega_{10} = \frac{\omega_2}{i_{2,10}} = \frac{133,32}{0,3} = 444,4 \text{ s}^{-1}.$$

Преносни однос од члана 5 до 10 је:

$$i_{5,10} = \frac{\omega_5}{\omega_{10}} = \frac{100}{444,4} = 0,225.$$

Обимне брзине тачака D и F су:

$$v_D = R_3 \cdot \omega_3 = 0,050 \text{ m} \cdot 133,32 \text{ s}^{-1} = 6,66 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$v_E = R_{10} \cdot \omega_{10} = 0,045 \text{ m} \cdot 444,4 \text{ s}^{-1} = 19,98 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

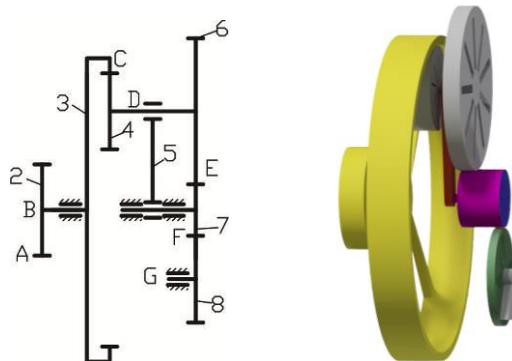
Задатак 6.9.

За диференцијални планетарни преносник дати су подаци: $v_A = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\omega_8 = 263,15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ и $U_L = \frac{1 \text{ m}}{10 \text{ cm}}$. Графоаналитичком и аналитичком методом одредити:

- обимне брзине тачака C и E,
- угаоне брзине преносника 4 и 5,

Ако се користи графоаналитичка метода усвојити размену за цртање обимних брзина

$$U_V = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ mm}}.$$



Решење задатка-Графоаналитичка метода

У првом кораку ће се израчунати обимна брзина у тачки F.

$$v_F = \omega_8 \cdot R_8 = 263,15 \text{ s}^{-1} \cdot 0,057 \text{ m} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Потом се приступа цртању велоцида, односно плана обимних и угаоних брзина чланова механизма.

Размера цртања угаоних брзина је:

$$U_\omega = \frac{U_v}{H \cdot U_L} = \frac{\frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \text{ mm}}}{15 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ mm}}{1 \text{ mm}}} = \frac{\frac{1000 \frac{\text{mm}}{\text{s}}}{1 \text{ mm}}}{150 \text{ mm}} = \frac{6,67 \text{ s}^{-1}}{1 \text{ mm}}.$$

Познате геометријске величине су:

$$AB = 0,06 \text{ m}; BD = 0,13 \text{ m}; CB = 0,18 \text{ m}; CD = 0,05 \text{ m}; BE = 0,034 \text{ m}; FG = 0,057 \text{ m}; DE = 0,096 \text{ m}.$$

Угаоне брзине се добијају из следећих релација:

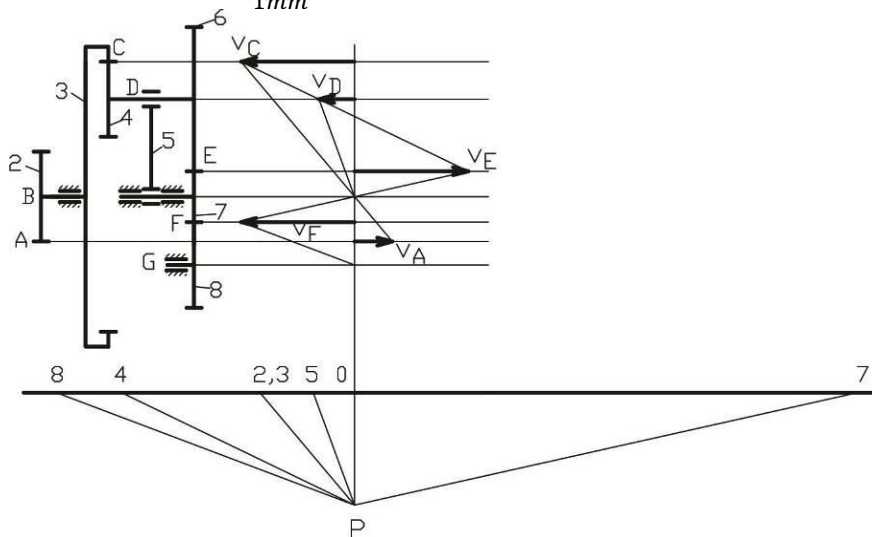
$$\omega_4 = \omega_6 = \overline{04} \cdot U_\omega = 30,79 \text{ mm} \frac{6,67 \frac{1}{s}}{1 \text{ mm}} = 205,36 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_{2,3} = \overline{02} \cdot U_\omega = 12,5 \text{ mm} \frac{6,67 \frac{1}{s}}{1 \text{ mm}} = 83,37 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_8 = \overline{08} \cdot U_\omega = 39,37 \text{ mm} \frac{6,67 \frac{1}{s}}{1 \text{ mm}} = 262,51 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_7 = \overline{07} \cdot U_\omega = 66,4 \text{ mm} \frac{6,67 \frac{1}{s}}{1 \text{ mm}} = -443 \text{ s}^{-1},$$

$$\omega_5 = \overline{05} \cdot U_\omega = 41,27 \text{ mm} \frac{1 \frac{1}{s}}{1 \text{ mm}} = 41,27 \text{ s}^{-1}.$$



Решење задатка-Аналитичка метода

С обзиром да су члан 2 и 3 међусобно чврсто спојени и да им је заједничка оса ротације, проистиче да је $\omega_2 = \omega_3$.

$$\omega_2 = \omega_3 = \frac{v_A}{R_2} = \frac{5 \frac{m}{s}}{0,06 \text{ m}} = 83,35 \text{ s}^{-1}$$

Зупчаници 7 и 8 су чеоно спрегнути без помичних оса ротације, те се кинематички параметри могу израчунати на основу преносних односа.

$$\omega_7 = -\frac{R_8 \cdot \omega_8}{R_7} = \frac{-0,057 \text{ m} \cdot 263,15 \text{ s}^{-1}}{0,034 \text{ m}} = -441,16 \text{ s}^{-1}$$

Даље рачунање се односи на планетарне групе. Користећи Вилисову једначину за преносни однос планетарних преносника, решавају се остале вредности угаоних брзина:

$$i_{3,7}^5 = \frac{\omega_3 - \omega_5}{\omega_7 - \omega_5} = i_{3,4} \cdot (-i_{6,7}) = \frac{R_4}{R_3} \cdot \left(-\frac{R_7}{R_6}\right) = \frac{0,05 \text{ m}}{0,18 \text{ m}} \cdot \left(-\frac{0,034 \text{ m}}{0,096 \text{ m}}\right) = -0,098,$$

$$-0,098 = \frac{83,35 \text{ s}^{-1} - \omega_5}{-441,16 \text{ s}^{-1} - \omega_5} \Rightarrow \omega_5 = 36,51 \text{ s}^{-1}.$$

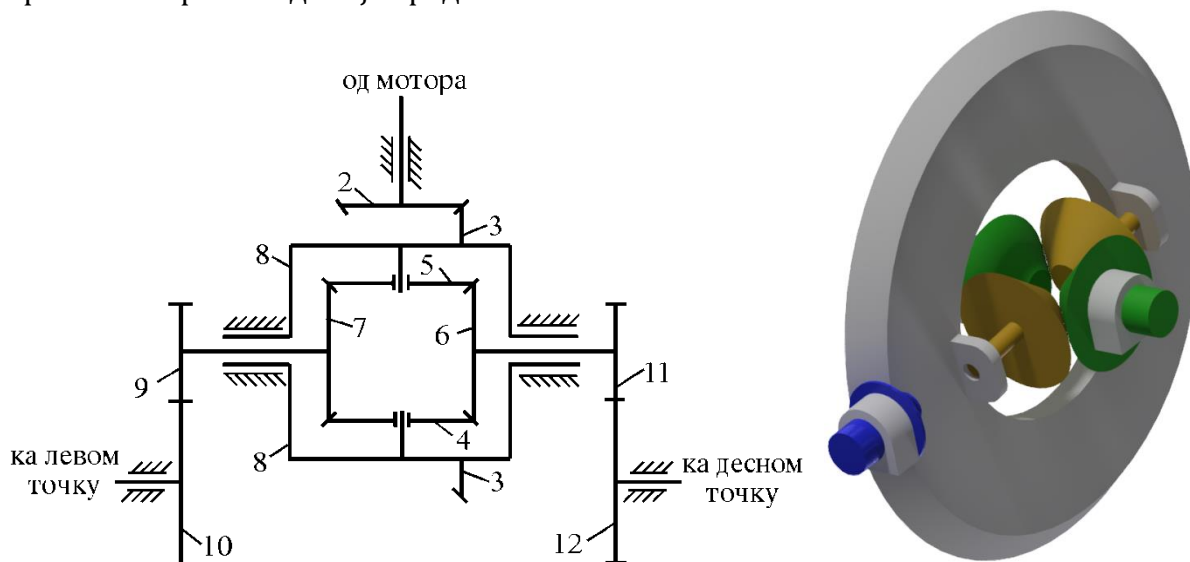
На исти начин се добија угаона брзина члана 4:

$$i_{3,4}^5 = \frac{\omega_3 - \omega_5}{\omega_4 - \omega_5} = \left(\frac{R_4}{R_3}\right) = \frac{0,05 \text{ m}}{0,18 \text{ m}} = 0,28,$$

$$0,28 = \frac{83,35 \text{ s}^{-1} - 36,51 \text{ s}^{-1}}{\omega_4 - 36,51 \text{ s}^{-1}} \Rightarrow \omega_4 = 203,32 \text{ s}^{-1}.$$

Задатак 6.10.

За диференцијални планетарни преносник за погон точкова трактора одредити угаоне брзине десног и левог точка. Дати подаци су: $\omega_2 = 50 \text{ s}^{-1}$, бројеви зубаца зупчаника $z_2 = 15$, $z_3 = 72$, $z_4 = z_5$, $z_6 = z_7$, $z_9 = 16$, $z_{10} = 65$, $z_{11} = z_9$ и $z_{12} = z_{10}$. Прокоментарисати добије вредности.

**Решење задатка**

У случају када трактор иде праволинијски, конусни зупчници z_5 и z_6 не ротирају око своје осе већ заједно са кућиштем 8 ротирају око осе вратила зупчаника 9 и 11. Због тога зупчаници 9 и 11 имају једнак број обртаја тиме и угаону брзину, те се угаоне брзине точкова добијају из следеће једнакости: $i_{2,12} = i_{2,3} \cdot i_{11,12} = \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_{11}}{z_{12}} = \frac{72}{15} \cdot \frac{65}{16} = 19,5$.

Угаоне брзине рачунају се:

$$\omega_{10} = \omega_{12} = \frac{\omega_2}{i_{2,12}} = \frac{50 \text{ s}^{-1}}{19,5} = 2,56 \text{ s}^{-1}.$$

Овај планетарни преносник омогућава да се леви и десни точкови трактора обрћу различитим бројевима обртаја у случају када трактор улази у кривину или када је отпор котрљања земљишта на левом и десном точку трактор различит (на пример, при орању). Преносни однос између зупчаника 6 и 7 релативно према носачу 8 је:

$$i_{6,7}^8 = \frac{\omega_6 - \omega_8}{\omega_7 - \omega_8} \quad \text{или} \quad \text{преко бројева зубаца зупчаника 6 и 7 је:}$$

$$i_{6,7}^8 = -\frac{z_5}{z_6} \cdot \frac{z_7}{z_5} = -\frac{z_7}{z_6} = -1. \quad \text{Из претходних израза добија се да је } \omega_6 + \omega_7 = 2 \cdot \omega_8 = 2 \cdot \omega_3.$$

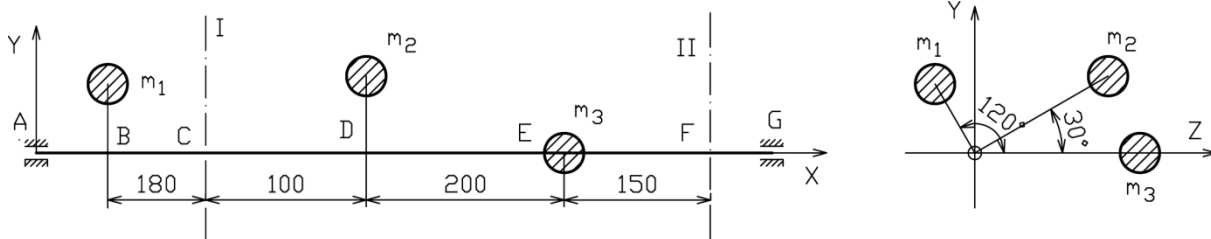
Угаона брзина зупчаника 3 добија се из преносног односа $i_{2,3} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2}$, одакле следи да је $\omega_3 = \frac{\omega_2 \cdot z_2}{z_3} = \frac{50 \cdot 15}{72} = 10,41 \text{ s}^{-1}$, те је угаона брзина носача сателита $\omega_8 = \omega_3 = 10,41 \text{ s}^{-1}$.

Овај планетарни диференцијални преносник омогућава да један погонски точак трактора мирује (када се трактор обрће у месту), а да се други точак трактора обрће по кружници око њега, тј. при $\omega_{6\min} = 0$ добија се $\omega_{7\max} = 2 \cdot \omega_3 = 20,82 \text{ s}^{-1}$, а при $\omega_{6\max} = 2 \cdot \omega_3 = 20,82 \text{ s}^{-1}$ добија се $\omega_{7\min} = 0$. Вредности угаоних брзина зупчаника 6 и 7 се расподељују и оквиру њиховог збира да је $\omega_6 + \omega_7 = 2 \cdot \omega_3 = 2 \cdot \omega_3$, а $2 \cdot \omega_3 = 20,82 \text{ s}^{-1}$, зависно само од отпора котрљања подлоге.

7. Уравнотежење ротора

Задатак 7.1.

Динамички уравнотежити масе ротора у две корекционе равни I и II. Измерене неуравнотежене масе су: $m_1 = 0,5 \text{ kg}$, $m_2 = 0,1 \text{ kg}$ и $m_3 = 0,3 \text{ kg}$. Пречници на којима се налазе неуравнотежене масе су: $r_1 = 100 \text{ mm}$, $r_2 = 250 \text{ mm}$ и $r_3 = 100 \text{ mm}$. Положаји неуравнотежених масу дефинисани су угловима положаја (радијус векторима): $\varphi_1 = 120^\circ$, $\varphi_2 = 30^\circ$ и $\varphi_3 = 0^\circ$. Растојања L неуравнотежених маса и корекционих равни по оси x дати су на слици. Одредити корекционе масе m_I и m_{II} и њихове положаје чији су радијуси $r_I = 200 \text{ mm}$ и $r_{II} = 75 \text{ mm}$.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

Услови равнотеже су:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = \vec{0}$$

$$\vec{M}_{iR} = \omega^2 \sum m_i (\vec{L}_i \times \vec{r}_i) = \vec{0}.$$

Да би овај израз био једнак нули, потребно је да буде испуњен услов да је

$$\vec{M}_{iR} = \sum m_i (\vec{L}_i \times \vec{r}_i) = \vec{0}$$

јер нема смисла да је $\omega = 0$.

За задати пример први услов равнотеже гласи:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + m_I \cdot \vec{r}_I + m_{II} \cdot \vec{r}_{II} = \vec{0}$$

Чланови из ове једначине су вектори у правцу и смеру радијус вектора појединих маса $\vec{r}_i$. Ако се означе са: $\vec{U}_1 = m_1 \cdot \vec{r}_1$, $\vec{U}_2 = m_2 \cdot \vec{r}_2$ итд. облик претходне једначине је:

$$\vec{F}_{iR} = \sum \vec{U}_i = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 + \vec{U}_I + \vec{U}_{II} = \vec{0}$$

Интензитети вектора $\vec{U}$ су:

$$U_1 = m_1 \cdot r_1 = 0,5 \cdot 100 = 50 \text{ kgmm},$$

$$U_2 = m_2 \cdot r_2 = 0,1 \cdot 250 = 25 \text{ kgmm},$$

$$U_3 = m_3 \cdot r_3 = 0,3 \cdot 100 = 30 \text{ kgmm},$$

$$U_I = m_I \cdot r_I = m_I \cdot 200 \text{ mm},$$

$$U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = m_{II} \cdot 75 \text{ mm}.$$

У једначини за први услов равнотеже непознате су две величине ($\vec{U}_I$ и $\vec{U}_{II}$) те користимо други услов равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за било коју корекциону раван (усвајамо за корекциону раван II, тачка F) једнак нули, те је:

$$\sum \vec{M}_{i(II)} = m_1(\vec{r}_1 \times \vec{L}_1) + m_2(\vec{r}_2 \times \vec{L}_2) + m_3(\vec{r}_3 \times \vec{L}_3) + m_I(\vec{r}_I \times \vec{L}_I) = 0$$

где су: $\vec{L}_1, \vec{L}_2, \dots$ (mm) – растојања појединих неуравнотежених маса од корекционе равни II за коју се написао други услов равнотеже.

Чланови ове једначине су вектори који се ротацијом доводе у правац радијус вектора појединих неуравнотежених маса. Могу се означити са: $\vec{V}_1 = m_1 \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{L}_1)$ и тако редом те претходна једначина има облик:

$$\sum \vec{M}_{i(II)} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_I = 0$$

Одреде се интензитети вектора $\vec{V}$, те је

$$V_1 = m_1 \cdot r_1 \cdot L_1 = 0,5 \cdot 100 \cdot 630 = 31500 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_2 = m_2 \cdot r_2 \cdot L_2 = 0,1 \cdot 250 \cdot 350 = 8750 \text{ kgmm}^2,$$

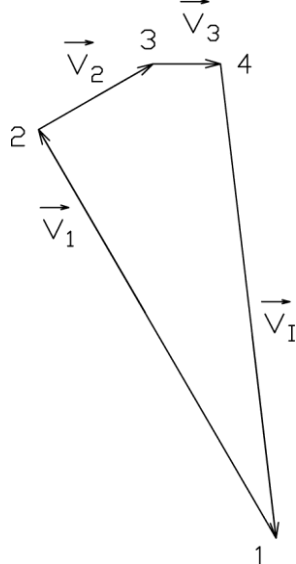
$$V_3 = m_3 \cdot r_3 \cdot L_3 = 0,3 \cdot 100 \cdot 150 = 4500 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_I = m_I \cdot r_I \cdot L_I = m_I \cdot 200 \cdot 450 = m_I \cdot 90000 \text{ kgmm}^2.$$

Како у једначини за други услов равнотеже имамао само једну непознату ($\vec{V}_I$), нацртамо затворени полигон ових вектора са усвојеном размером, нпр.

$$U_V = \frac{10000 \text{ kgmm}^2}{2 \text{ cm}}.$$

Пошто је једначина за други услов равнотеже постављена за корекциону раван II (за тачку F, $\sum \vec{M}_{i(F)}$) тада ће моменти свих маса имати позитиван предзнак, те се сви вектори $\vec{V}$ цртају у смеру радијус вектора.



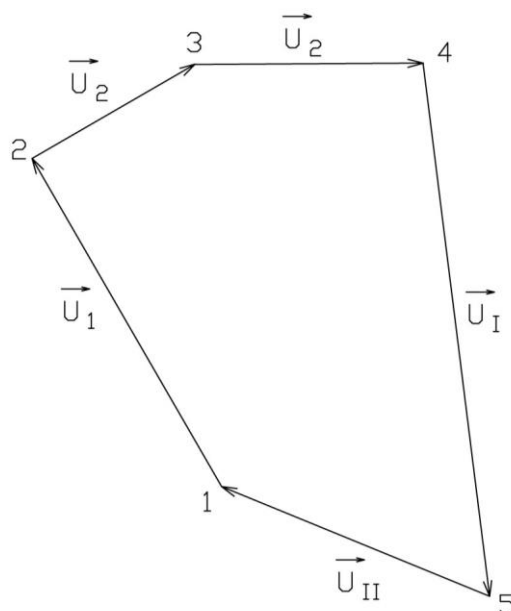
Из затвореног полигона вектора $\vec{V}$ добија се да је:

$$V_I = m_I \cdot 90000 \text{ mm}^2 = 41 \cdot U_V = 6,373 \text{ cm} \cdot \frac{10000 \text{ kgmm}^2}{2 \text{ cm}},$$

$$V_I = m_I \cdot 90000 \text{ mm}^2 = 31875 \text{ kgmm}^2, \text{ одакле је}$$

$$m_I = \frac{31865 \text{ kgmm}^2}{90000 \text{ mm}^2} = 0,354 \text{ kg}.$$

Након познате масе m_I може се одредити интензитет вектора $U_I = m_I \cdot r_I = 0,354 \cdot 200 = 70,8 \text{ kgmm}$ и нацртати затворени полигон вектора $\vec{U}$ са усвојеном размером, нпр. $U_U = \frac{10 \text{ kgmm}}{1 \text{ cm}}$.

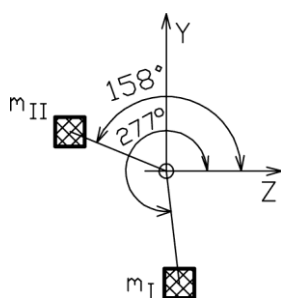


Из полигона вектора $\vec{U}$ добија се да је

$$U_{II} = \overline{ea} \cdot U_U = 3,81 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ kgmm}}{1 \text{ cm}} = 38,1 \text{ kgmm} = m_{II} \cdot 75 \text{ mm}, \text{ одакле је}$$

$$m_{II} = \frac{38,1 \text{ kgmm}}{75 \text{ mm}} = 0,508 \text{ kg}.$$

Радијус вектори корекционих маса m_I и m_{II} су у правцу и смеру вектора $\vec{U}$ и $\vec{V}$ дефинисани су угловима φ_I и φ_{II} .

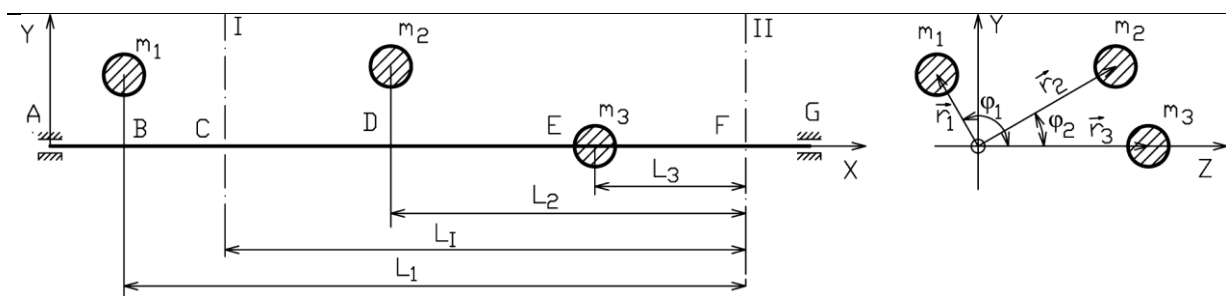


Вредности углова положаја корекционих маса добијају се мерењем и износе $\varphi_I = 277^\circ$ и $\varphi_{II} = 158^\circ$.

Решење задатка-Аналитичка метода

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \vec{r}_i = 0,$$

$$\vec{M}_{iR} = \omega^2 \sum m_i (\vec{L}_i \times \vec{r}_i) = 0.$$



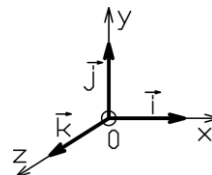
Из другог услова равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за тачку F корекционој равни II једнак нули записан у облику матрице, имамо да је:

$$\sum \vec{M}_{i(II)} = \omega^2 \sum m_i \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ L_i & 0 & 0 \\ 0 & y_i & z_i \end{vmatrix} = 0,$$

где је:

$\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$ - јединични вектори (ортови) по осама x, y и z ;

y_i , z_i - пројекције радијус вектора неуравнотежених маса по осама y и z.



Решењем матрице добија се израз за резултујући момент инерцијалних сила за корекциону равни II.

$$\sum \vec{M}_{i(II)} = \omega^2 \sum m_i (\vec{i} \cdot 0 \cdot z_i + L_i \cdot y_i \cdot \vec{k} + \vec{j} \cdot 0 \cdot 0 - 0 \cdot 0 \cdot \vec{k} - L_i \cdot z_i \cdot \vec{j} - y_i \cdot 0 \cdot \vec{i}) = 0.$$

Сређивањем овог изрази добија се да је:

$$\sum \vec{M}_{i(II)} = \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot y_i \cdot \vec{k} - \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot z_i \cdot \vec{j} = 0$$

Како нема смисла да је $\omega = 0$, следи да је:

$$\sum m_i \cdot L_i \cdot y_i = 0 \text{ и } \sum m_i \cdot L_i \cdot z_i = 0$$

$$m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_I \cdot L_I \cdot y_I + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 = 0,$$

$$m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_I \cdot L_I \cdot z_I + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 = 0.$$

Из претходних израза добија се

$$m_I \cdot L_I \cdot y_I = -m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot y_3,$$

$$m_I \cdot L_I \cdot z_I = -m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot z_3.$$

Компоненте радијус вектора појединих маса по осама y и z према поставци задатка су:

$$y_1 = r_1 \cdot \sin 120^\circ = 100 \cdot 0,866 = 86,6 \text{ mm},$$

$$y_2 = r_2 \cdot \sin 30^\circ = 250 \cdot 0,5 = 125 \text{ mm},$$

$$y_3 = r_3 \cdot \sin \phi_3 = 100 \cdot \sin 0 = 0 \text{ mm},$$

$$z_1 = r_1 \cdot \cos 120^\circ = 100 \cdot (-0,5) = -50 \text{ mm},$$

$$z_2 = r_2 \cdot \cos 30^\circ = 250 \cdot 0,866 = 216,5 \text{ mm},$$

$$z_3 = r_3 \cdot \cos \phi_3 = 100 \cdot \cos 0 = 100 \cdot 1 = 100 \text{ mm},$$

$$m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 = 0,5 \cdot 630 \cdot 86,6 = 27279 \text{ kgmm}^2,$$

$$m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 = 0,1 \cdot 350 \cdot 125 = 4375 \text{ kgmm}^2,$$

$$m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 = 0,3 \cdot 150 \cdot 0 = 0 \text{ kgmm}^2,$$

$$m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 = 0,5 \cdot 630 \cdot (-50) = -15750 \text{ kgmm}^2,$$

$$m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 = 0,1 \cdot 350 \cdot 216,5 = 7577 \text{ kgmm}^2,$$

$$m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 = 0,3 \cdot 150 \cdot 100 = 4500 \text{ kgmm}^2.$$

Угао положаја радијус вектора корекционе масе I је

$$\operatorname{tg} \varphi_I = \frac{Y_{RI}}{Z_{RI}} = \frac{m_I \cdot L_I \cdot y_I}{m_I \cdot L_I \cdot z_I} = \frac{-m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot y_3}{-m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot z_3},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_I = \frac{-27279 - 4375 - 0}{-(-15750) - 7577 - 4500} = \frac{-31654}{3673} = -8,618, \text{ одакле је угао}$$

$$\varphi_I = \arctg -8,618 = -83,38^\circ \text{ или рачунато према смеру математичког угла}$$

$$\varphi_I = 360^\circ - 83,38^\circ = 276,62^\circ.$$

Корекциона маса m_I добија се из претходне једначине где је:

$$m_I = \frac{-m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot y_3}{L_I \cdot y_I} = \frac{-31654}{450 \cdot (-198,666)} = 0,354 \text{ kg},$$

$$\text{јер је } y_I = r_I \cdot \sin \phi_1 = 200 \cdot \sin 276,62^\circ = 200 \cdot (-0,99333) = -198,666 \text{ mm}.$$

Скаларни облик првог услова равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули

$$(\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0) \text{ је:}$$

$$Y_{iR} = \sum m_i \cdot y_i = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_I \cdot y_I + m_{II} \cdot y_{II} = 0,$$

$$Z_{iR} = \sum m_i \cdot z_i = m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + m_I \cdot z_I + m_{II} \cdot z_{II} = 0,$$

одакле је:

$$m_{II} \cdot y_{II} = -m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3 - m_I \cdot y_I,$$

$$m_{II} \cdot z_{II} = -m_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot z_3 - m_I \cdot z_I.$$

Сада се могу одредити интензитети радијус вектора корекционе масе I

$$y_I = r_I \cdot \sin \varphi_I = 200 \cdot \sin 276,62^\circ = 200 \cdot (-0,9933) = -198,66 \text{ mm},$$

$$z_I = r_I \cdot \cos \varphi_I = 200 \cdot \cos 276,62^\circ = 200 \cdot 0,1152 = 23,056 \text{ mm}.$$

Из претходних израза добија се угао радијус вектора корекционе масе II

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{Y_{RII}}{Z_{RII}} = \frac{m_{II} \cdot y_{II}}{m_{II} \cdot z_{II}} = \frac{-m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3 - m_I \cdot y_I}{-m_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot z_3 - m_I \cdot z_I} =$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{-0,5 \cdot 86,6 - 0,1 \cdot 125 - 0,3 \cdot 0 - 0,354 \cdot (-198,66)}{-0,5 \cdot (-50) - 0,1 \cdot 216,5 - 0,3 \cdot 100 - 0,354 \cdot 23,056} =$$

$$= \frac{-43,3 - 12,5 - 0 + 70,325}{25 - 21,65 - 30 - 8,161} = \frac{14,525}{-34,811} = -0,417$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = -0,417, \text{ одакле је угао } \varphi_{II} = \arctg -0,417 = 22,64^\circ \text{ тј.}$$

$$\varphi_{II} = 180^\circ - 22,64^\circ = 157,35^\circ.$$

Из једначине $m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_I \cdot y_I + m_{II} \cdot y_{II} = 0$, добија се:

$$m_{II} = \frac{-m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3 - m_I \cdot y_I}{y_{II}} =$$

$$= \frac{-0,5 \cdot 86,6 - 0,1 \cdot 125 - 0,3 \cdot 0 - 0,354 \cdot (-198,666)}{28,88} =$$

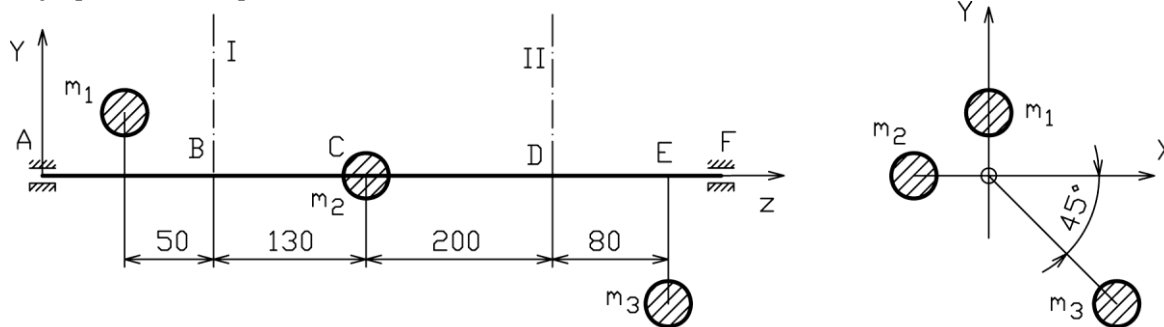
$$m_{II} = \frac{-43,3 - 12,5 - 0 + 70,327}{28,88} = \frac{14,527}{28,88} = 0,503 \text{ kg},$$

$$\text{јер је } y_{II} = r_{II} \cdot \sin \varphi_{II} = 75 \cdot \sin 157,35^\circ = 75 \cdot 0,3851 = 28,88 \text{ mm}.$$

Вредности тражених параметара m_I , m_{II} , φ_I , φ_{II} треба да су исте добијене на основу обе методе што је у овом примеру показано.

Задатак 7.2.

Динамички уравнотежити неуравнотежене масе ротора у две корекционе равни I и II. Неуравнотежене масе су: $m_1 = 0,1 \text{ kg}$, $m_2 = 0,3 \text{ kg}$, $m_3 = 0,25 \text{ kg}$. Корекционе масе су $m_I = 0,15 \text{ kg}$ и $m_{II} = 0,55 \text{ kg}$. Пречници на којима се налазе неуравнотежене масе су $r_1 = 60 \text{ mm}$, $r_2 = 80 \text{ mm}$ и $r_3 = 95 \text{ mm}$. Одредити полупречнике корекционих маса r_I и r_{II} .

**Решење задатка-Графоаналитичка метода**

Статички услови равнотеже су:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$$

$$\vec{M}_{iR} = \sum m_i (\vec{L}_i \times \vec{r}_i) = 0$$

На основу прве једначина равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули добија се:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + m_I \cdot \vec{r}_I + m_{II} \cdot \vec{r}_{II} = 0$$

Ако се чланови из претходне једначине означе са $\vec{U}_1 = m_1 \cdot \vec{r}_1$, $\vec{U}_2 = m_2 \cdot \vec{r}_2$ итд. облик једначине је:

$$\vec{F}_{iR} = \sum \vec{U}_i = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 + \vec{U}_I + \vec{U}_{II} = 0$$

Интензитети вектора $\vec{U}$ су:

$$U_1 = m_1 \cdot r_1 = 0,1 \cdot 60 = 6 \text{ kgmm}$$

$$U_2 = m_2 \cdot r_2 = 0,3 \cdot 80 = 24 \text{ kgmm}$$

$$U_3 = m_3 \cdot r_3 = 0,25 \cdot 95 = 23,75 \text{ kgmm}$$

$$U_I = m_I \cdot r_I = 0,15 \cdot r_I \text{ kgmm}$$

$$U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 0,55 \cdot r_{II} \text{ kgmm}$$

Други услов равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за било коју тачку (усвајамо за раван I, тачка B) једнак нули, те је:

$$\sum \vec{M}_{i(I)} = m_1(\vec{r}_1 \times \vec{L}_1) + m_2(\vec{r}_2 \times \vec{L}_2) + m_3(\vec{r}_3 \times \vec{L}_3) + m_{II}(\vec{r}_{II} \times \vec{L}_{II}) = 0$$

где су: $\vec{L}_1, \vec{L}_2, \dots$ (mm) – растојања појединих неуравнотежених маса од корекционе равни I за коју се користио други услов равнотеже. Чланови ове једначине су вектори који се ротацијом доводе у правац радијус вектора појединих неуравнотежених маса. Могу се означити са: $\vec{V}_1 = m_1 \cdot (\vec{r}_1 \times \vec{L}_1)$ и тако редом те претходна једначина има облик:

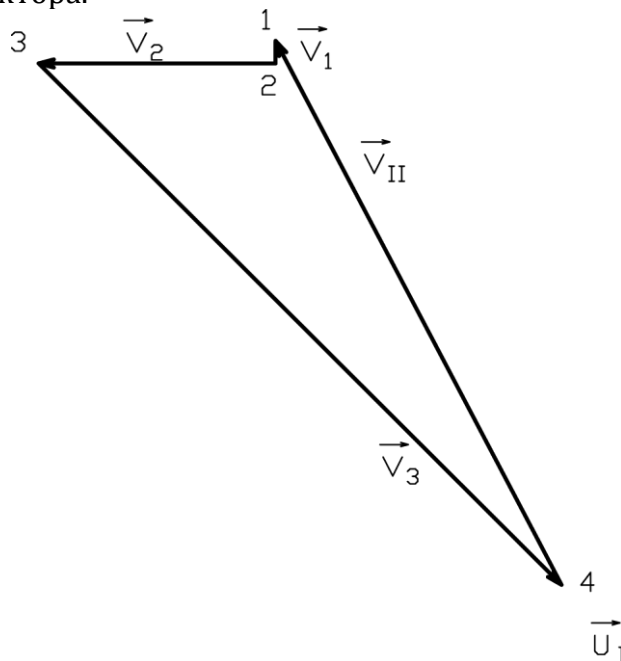
$$\sum \vec{M}_{i(I)} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_{II} = 0$$

Одреди се интензитети вектора $\vec{V}$, те је

$$\begin{aligned} V_1 &= m_1 \cdot r_1 \cdot L_1 = 0,1 \cdot 60 \cdot 50 = 300 \text{ kgmm}^2, \\ V_2 &= m_2 \cdot r_2 \cdot L_2 = 0,3 \cdot 80 \cdot 130 = 3120 \text{ kgmm}^2, \\ V_3 &= m_3 \cdot r_3 \cdot L_3 = 0,25 \cdot 95 \cdot 410 = 9737 \text{ kgmm}^2, \\ V_{II} &= m_{II} \cdot r_{II} \cdot L_{II} = 0,55 \cdot r_{II} \cdot 330. \end{aligned}$$

Нацртамо затворени полигон ових вектора са усвојеном размером $U_V = \frac{1000 \text{ kgmm}^2}{10 \text{ mm}}$.

Пошто је једначина за други услов равнотеже постављена за корекциону равни I (за тачку B , $\sum \vec{M}_{i(I)}$) тада ће момент маса са леве стране од корекционе равни I бити са негативним предзнаком, а са десне са позитивним или обрнуто. Вектори $\vec{V}$ са позитивним предзнаком цртају се у смеру радијус вектора те масе, а са негативним у супротном смеру од радијус вектора те масе. У овом примеру усвојено је да моменти маса са леве стране од корекционе равни I буду са негативним предзнаком, те се вектор $\vec{V}_1$ масе m_1 црта у супротном смеру радијус вектора $\vec{r}_1$, а остали вектори $\vec{V}_2$ и $\vec{V}_3$ су позитивног смера те се цртају у правцу њихових радијус вектора.



Из затвореног полигона вектора $\vec{V}$ добија се да је:

$$V_{II} = m_{II} \cdot r_{II} \cdot L_{II} = 0,55 \text{ kg} \cdot r_{II} \cdot 330 \text{ mm} = \overline{41} \cdot U_V = 81,11 \text{ mm} \cdot \frac{1000 \text{ kgmm}^2}{10 \text{ mm}}$$

одакле је $r_{II} = \frac{81110}{0,55 \cdot 330 \cdot 10} = 44,68 \text{ mm}$.

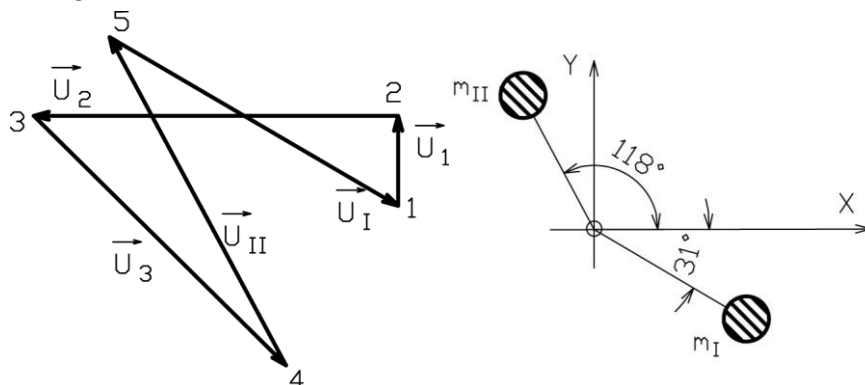
Након познатог радијуса r_{II} може се одредити интензитет вектора $U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 0,55 \cdot 45 = 24,75 \text{ kgmm}$ и нацртати затворени полигон вектора $\vec{U}$ са усвојеном размером $U_U = \frac{10 \text{ kgmm}}{20 \text{ mm}}$. Из полигона вектора $\vec{U}$ добија се да је

$$U_I = 0,15 \cdot r_I = \overline{51} \cdot U_U = 44,15 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ kgmm}}{20 \text{ mm}} = 22,07 \text{ kgmm},$$

одакле је $r_I = \frac{22,07 \text{ kgmm}}{0,15 \text{ kg}} = 147,17 \text{ mm}$.

Вредности углова положаја корекционих маса добијају се мерењем и износе $\varphi_I =$

329° и $\varphi_{II} = 118^\circ$.



Решење задатка-Аналитичка метода

Из другог услова равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за тачку Д једнак нули записано у матричном облику имамо да је:

$$\sum M_{i(II)} = \omega^2 \sum m_i \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ L_i & 0 & 0 \\ 0 & y_i & z_i \end{vmatrix} = 0$$

где су: i, j и k - јединични вектори по осама x, y и z . Из претходне једначине имамо да је:

$$\sum \vec{M}_{i(II)} = \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot y_i \cdot \vec{k} - \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot z_i \cdot \vec{j} = 0$$

Како нема смисла да је $\omega \neq 0$, следи да је $\sum m_i \cdot L_i \cdot y_i = 0$ и $\sum m_i \cdot L_i \cdot z_i = 0$, а у развијеном облику је:

$$m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_I \cdot L_I \cdot y_I + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 = 0$$

$$m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_I \cdot L_I \cdot z_I + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 = 0$$

Пројекције радијус вектора маса по осама " y_i " и " z_i " су:

$$y_1 = r_1 \cdot \sin 90^\circ = 60 \text{ mm} \cdot 1 = 60 \text{ mm},$$

$$y_2 = r_2 \cdot \sin 180^\circ = 80 \text{ mm} \cdot 0 = 0 \text{ mm},$$

$$y_3 = r_3 \cdot \sin 315^\circ = 95 \text{ mm} \cdot (-0,707) = -67,165 \text{ mm},$$

$$z_1 = r_1 \cdot \cos 90^\circ = 60 \cdot 0 = 0 \text{ mm},$$

$$z_2 = r_2 \cdot \cos 180^\circ = 80 \text{ mm} \cdot (-1) = -80 \text{ mm},$$

$$z_3 = r_3 \cdot \cos 315^\circ = 95 \text{ mm} \cdot 0,707 = 67,165 \text{ mm}.$$

Угао радијус вектора корекционе масе I је

$$\text{tg} \phi_I = \frac{Y_I}{Z_I} = \frac{m_I \cdot L_I \cdot y_I}{m_I \cdot L_I \cdot z_I} = \frac{-m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3}{-m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3},$$

јер је из $m_I \cdot L_I \cdot y_I = -m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3$ и

$$m_I \cdot L_I \cdot z_I = -m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3.$$

Следи да је

$$\text{tg} \phi_I = \frac{-0,1 \cdot 380 \cdot 60 - 0,3 \cdot 200 \cdot 0 + 0,25 \cdot 80 \cdot (-67,165)}{-0,1 \cdot 380 \cdot 0 - 0,3 \cdot 200 \cdot (-80) + 0,25 \cdot 80 \cdot (67,165)},$$

$$\text{tg} \phi_I = \frac{-2280 - 0 - 1343,3}{-0 + 4800 + 1343,3} = \frac{-3623,3}{6143,3} = -0,5898,$$

$$\text{одакле је } \phi_I = -30,53^\circ \Rightarrow \phi_I = 360^\circ - 30,53^\circ = 329,47^\circ.$$

Пошто је

$$m_I \cdot L_I \cdot y_I = -3623,3 \Rightarrow y_I = \frac{-3623,3 \text{ kgmm}^2}{0,15 \text{ kg} \cdot 330 \text{ mm}} = -73,19 \text{ mm},$$

$$y_I = r_I \cdot \sin \phi_I \Rightarrow r_I = \frac{-73,19 \text{ mm}}{\sin 329,74^\circ} = 146,38 \text{ mm},$$

$$z_I = r_I \cdot \sin \varphi_I = 146,38 \text{ mm} \cdot \cos 329,74^\circ = 126,08 \text{ mm}.$$

Скаларни облик првог услова равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули $\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$ је:

$$Y_{iR} = \sum m_i \cdot y_i = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_I \cdot y_I + m_{II} \cdot y_{II} = 0,$$

$$Z_{iR} = \sum m_i \cdot z_i = m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + m_I \cdot z_I + m_{II} \cdot z_{II} = 0.$$

Угао радијус вектора корекционе масе II је

$$\tan \varphi_{II} = \frac{Y_{II}}{Z_{II}} = \frac{m_{II} \cdot y_{II}}{m_{II} \cdot z_{II}}.$$

Из претхоних једначина имамо да је:

$$\begin{aligned} m_{II} \cdot y_{II} &= -m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3 - m_I \cdot y_I = \\ &= -0,1 \cdot 60 - 0,3 \cdot 0 - 0,25 \cdot (-67,165) - 0,15 \cdot (-73,19) = 21,75 \text{ kgmm}. \end{aligned}$$

Из једначине за збир инерцијалних сила по осама имамо да је:

$$\begin{aligned} m_{II} \cdot z_{II} &= -m_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot z_3 - m_I \cdot z_I = \\ &= -0,1 \cdot 0 - 0,3 \cdot (-80) - 0,25 \cdot (67,165) - 0,15 \cdot (126,08) = -11,68. \end{aligned}$$

Следи да је:

$$\tan \varphi_{II} = \frac{Y_{II}}{Z_{II}} = \frac{m_{II} \cdot y_{II}}{m_{II} \cdot z_{II}} = \frac{21,75}{-11,68} = -1,86, \text{ одакле је } \varphi_{II} = -61,76^\circ.$$

Укупна вредност угла φ_{II} према предзнацима Y_{II} и Z_{II} је $\varphi_{II} = 180 - 61,76 = 118,24^\circ$

Радијус вектора масе m_{II} по осама " y_{II} " и " z_{II} " су

$$y_{II} = \frac{21,75 \text{ kgmm}}{0,55 \text{ kg}} = 39,54 \text{ mm}$$

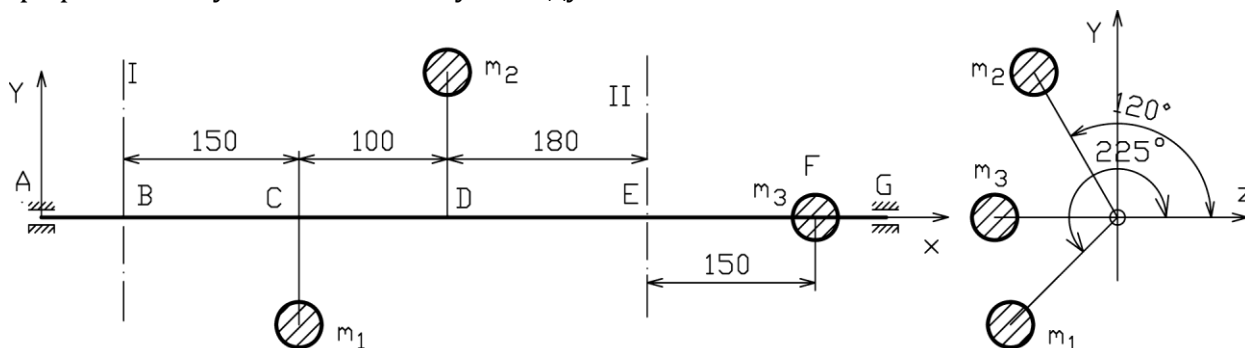
$$y_{II} = r_{II} \cdot \sin \varphi_{II}.$$

Следи да је

$$r_{II} = \frac{39,54 \text{ kgmm}}{\sin 118,24^\circ} = 44,93 \text{ kg}$$

Задатак 7.3.

Динамички уравнотежити масе ротора у две корекционе равни I и II. Неуравнотежене масе су: $m_1 = 0,2 \text{ kg}$, $m_2 = 0,3 \text{ kg}$ и $m_3 = 0,5 \text{ kg}$. Радијуси на којима се налазе неуравнотежене масе су: $r_1 = 100 \text{ mm}$, $r_2 = 200 \text{ mm}$ и $r_3 = 75 \text{ mm}$. Радијус масе m_I којом се уравнотежује ротор је $r_I = 80 \text{ mm}$. Корекциона маса у равни II је $m_{II} = 1,5 \text{ kg}$. Одредити корекциону масу m_I и радијус r_{II} . Користити графоаналитичку или аналитичку методу.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

Услови равнотеже су:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$$

$$\vec{M}_{iR} = \sum m_i (\vec{L}_i \times \vec{r}_i) = 0$$

Развијени облик првог услова равнотеже је:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + m_I \cdot \vec{r}_I + m_{II} \cdot \vec{r}_{II} = 0$$

Чланови из ове једначине су вектори у правцу и смеру радијус вектора појединих маса. Ако се означе са: $\vec{U}_1 = m_1 \cdot \vec{r}_1$, $\vec{U}_2 = m_2 \cdot \vec{r}_2$ итд. облик прве једначине је:

$$\vec{F}_{iR} = \sum_i \vec{U}_i = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 + \vec{U}_I + \vec{U}_{II} = 0$$

Интензитети вектора U су:

$$U_1 = m_1 \cdot r_1 = 0,2 \cdot 100 = 20 \text{ kgmm}$$

$$U_2 = m_2 \cdot r_2 = 0,3 \cdot 200 = 60 \text{ kgmm}$$

$$U_3 = m_3 \cdot r_3 = 0,5 \cdot 75 = 37,5 \text{ kgmm}$$

$$U_I = m_I \cdot r_I = m_I \cdot 80 \text{ mm}$$

$$U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 1,5 \text{ kg} \cdot r_{II}$$

У овој једначини непознате су две величине ($\vec{U}_I$ и $\vec{U}_{II}$) те користимо други услов равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за било коју тачку (усвајамо за тачку B, тј. корекциону раван I) једнак нули, те је:

$$\sum_{i(B)} \vec{M}_i = m_1 (\vec{L}_1 \times \vec{r}_1) + m_2 (\vec{L}_2 \times \vec{r}_2) + m_3 (\vec{L}_3 \times \vec{r}_3) + m_{II} (\vec{L}_{II} \times \vec{r}_{II}) = 0$$

Чланови ове једначине су вектори који се ротацијом доводе у правац радијус вектора појединих неуравнотежених маса. Могу се означити са: $\vec{V}_1 = m_1 \cdot (\vec{L}_1 \times \vec{r}_1)$ и тако редом те претходна једначина има облик:

$$\sum \vec{M}_{i(I)} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_{II} = 0$$

Одреди се интензитети вектора $\vec{V}$, те је

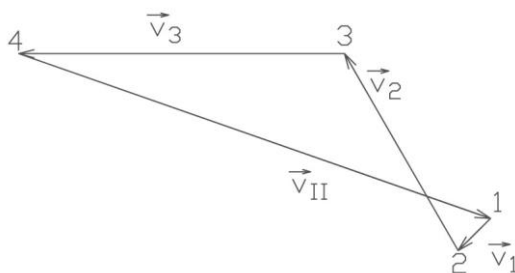
$$V_1 = m_1 \cdot r_1 \cdot L_1 = 0,2 \cdot 100 \cdot 150 = 3000 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_2 = m_2 \cdot r_2 \cdot L_2 = 0,3 \cdot 200 \cdot 250 = 15000 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_3 = m_3 \cdot r_3 \cdot L_3 = 0,5 \cdot 75 \cdot 580 = 21750 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_{II} = m_{II} \cdot r_{II} \cdot L_{II} = 1,5 \text{ kg} \cdot r_{II} \cdot 430 \text{ mm}.$$

Како у овој једначини има само једна непозната величина ($\vec{V}_{II}$) нацртамо затворени полигон ових вектора са усвојеном размером $U_V = \frac{10000 \text{ kgmm}^2}{20 \text{ mm}}$.



Из затвореног полигона вектора $\vec{V}$ добија се да је:

$$V_{II} = m_{II} \cdot r_{II} \cdot L_{II} = 1,5 \text{ kg} \cdot r_{II} \cdot 430 \text{ mm} = \overline{41} \cdot U_V = 66 \text{ mm} \cdot \frac{10000 \text{ kgmm}^2}{20 \text{ mm}}$$

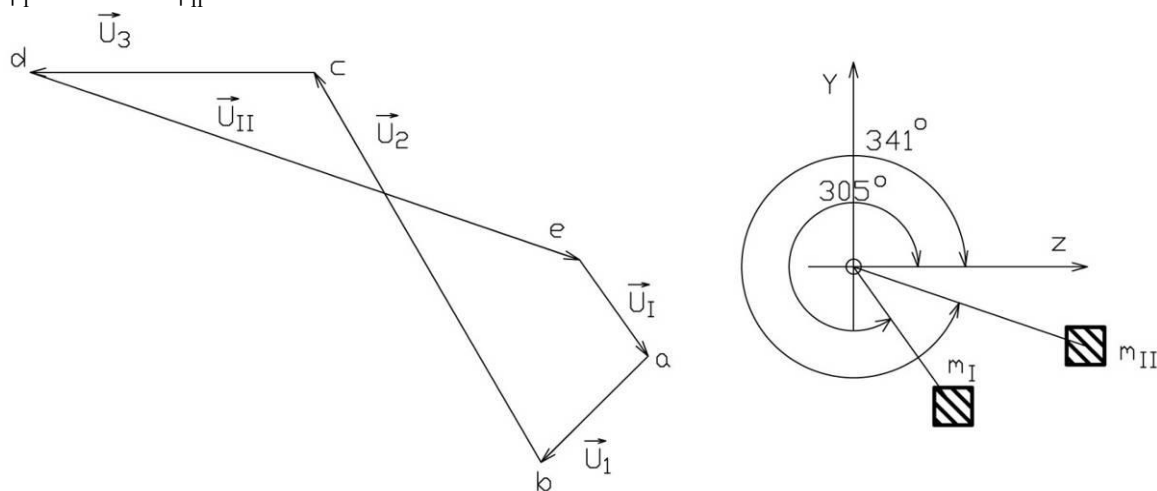
$$\text{одакле је } r_{II} = \frac{66 \text{ mm} \cdot \frac{10000 \text{ kg}}{20 \text{ mm}}}{1,5 \text{ kg} \cdot 430 \text{ mm}} = 51,16 \text{ mm}$$

Након познатог корекционог радијус вектора r_{II} може се одредити интензитет вектора $U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 1,5 \text{ kg} \cdot 51,16 \text{ mm} = 76,74 \text{ kgmm}$ и нацртати затворени полигон вектора $\vec{U}$ са усвојеном размером $U_U = \frac{10 \text{ kgmm}}{10 \text{ mm}}$.

Из полигона вектора $\vec{U}$ добија се да је $U_I = \overline{ea} \cdot U_U = 15,72 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ kgmm}}{10 \text{ mm}} = m_I \cdot 80 \text{ mm}$,

$$\text{одакле је } m_I = \frac{15,72 \text{ kgmm}}{80 \text{ mm}} = 0,196 \text{ kg}.$$

Вредности углова положаја корекционих маса добијају се мерењем и износе $\varphi_I = 305^\circ$ и $\varphi_{II} = 341^\circ$.



Решење задатка-Аналитичка метода

Из другог услова равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за тачку Е на корекционој равни II једнак нули имамо да је:

$$\sum M_{i(I)} = \omega^2 \sum m_i \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ L_i & 0 & 0 \\ 0 & y_i & z_i \end{vmatrix}$$

где су: $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - јединични вектори по осама x, y и z

$$\sum M_{i(II)} = \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot k - \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot z_i \cdot \vec{j} = 0$$

$$\sum M_{i(III)} = \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot y_i \cdot \vec{k} - \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot z_i \cdot \vec{j} = 0$$

Како нема смисла да је $\omega_3 \neq 0$, следи да је $\sum m_i \cdot L_i \cdot y_i = 0$ и $\sum m_i \cdot L_i \cdot z_i = 0$, а у развијеном облику је:

$$m_I \cdot L_I \cdot y_I + m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II} + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 = 0,$$

$$m_I \cdot L_I \cdot z_I + m_{II} \cdot L_{II} \cdot z_{II} + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 = 0.$$

Пројекције радијус вектора маса по осама "y_i" и "z_i" су:

$$y_1 = r_1 \cdot \sin 225^\circ = 100 \text{ mm} \cdot (-0,707) = -70,71 \text{ mm},$$

$$y_2 = r_2 \cdot \sin 120^\circ = 200 \text{ mm} \cdot 0,866 = 173,2 \text{ mm},$$

$$y_3 = r_3 \cdot \sin 180^\circ = 75 \text{ mm} \cdot 0 = 0 \text{ mm},$$

$$z_1 = r_1 \cdot \cos 225^\circ = 100 \cdot (-0,707) = -70,71 \text{ mm},$$

$$z_2 = r_2 \cdot \cos 120^\circ = 200 \text{ mm} \cdot (-0,5) = -100 \text{ mm},$$

$$z_3 = r_3 \cdot \cos 180^\circ = 75 \text{ mm} \cdot (-1) = -75 \text{ mm}.$$

Угао радијус вектора корекционе масе I:

$$\text{tg} \varphi_{II} = \frac{Y_{II}}{Z_{II}} = \frac{m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II}}{m_I \cdot L_I \cdot z_I} = \frac{-m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot y_3}{-m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot z_3},$$

$$\text{tg} \varphi_{II} = \frac{-0,2 \cdot 150 \cdot (-70,71) - 0,3 \cdot 250 \cdot 173,2 - 0,5 \cdot 580 \cdot 0}{-0,2 \cdot 150 \cdot (-70,71) - 0,3 \cdot 250 \cdot (-100) - 0,5 \cdot 580 \cdot (-75)},$$

$$\text{tg} \varphi_{II} = \frac{3959,76 - 9352,8 - 0}{3959,76 + 5400 - 5625} = \frac{-10868,7}{31371,3} = -0,346,$$

одакле је $\varphi_{II} = -19,08^\circ \Rightarrow \varphi_I = 360^\circ - 19,08^\circ = 340,92^\circ$

Следи да је

$$m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II} = -10868,7 \text{ kgmm}^2,$$

$$1,5 \text{ kg} \cdot 430 \text{ mm} \cdot r_{II} \sin 340,92^\circ = -10868,7 \text{ kgmm}^2, \text{ одакле је}$$

$$r_{II} = \frac{-10868,7 \text{ kgmm}^2}{1,5 \text{ kg} \cdot 430 \text{ mm} \cdot (-0,33)} = 51,06 \text{ mm},$$

$$y_{II} = r_{II} \cdot \sin 340,92^\circ = 51,06 \text{ mm} \cdot (-0,33) = -16,85 \text{ mm},$$

$$z_{II} = r_{II} \cdot \cos 340,92^\circ = 51,06 \text{ mm} \cdot 0,945 = 48,25 \text{ mm}.$$

Скаларни облик првог услова равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули

($\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$) је:

$$Y_{iR} = \sum m_i \cdot y_i = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_I \cdot y_I + m_{II} \cdot y_{II} = 0,$$

$$Z_{iR} = \sum m_i \cdot z_i = m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + m_I \cdot z_I + m_{II} \cdot z_{II} = 0.$$

Угао радијус вектора корекционе масе I:

$$\text{tg} \varphi_I = \frac{Y_I}{Z_I} = \frac{m_I \cdot y_I}{m_I \cdot z_I}$$

Из једначине имамо да је:

$$m_I \cdot y_I = -m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3 - m_{II} \cdot y_{II} =$$

$$-0,2 \cdot (-70,71) - 0,3 \cdot 173,2 - 0,5 \cdot 0 - 1,5 \cdot (-16,85) = -12,543 \text{ kgmm}$$

Из једначине имамо да је:

$$m_I \cdot z_I = -m_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot z_3 - m_{II} \cdot z_{II} =$$

$$-0,2 \cdot (-70,71) - 0,3 \cdot (-100) - 0,5 \cdot (-75) - 1,5 \cdot 48,25 = 9,267 \text{ kgmm}$$

Из једначине следи да је:

$$\text{tg} \varphi_I = \frac{Y_I}{Z_I} = \frac{m_I \cdot y_I}{m_I \cdot z_I} = \frac{-12,543}{9,267} = -1,35, \text{ одакле је}$$

$\varphi_I = -53,47^\circ$. Укупна вредност угла φ_I према предзнацима Y_I и Z_I је

$\varphi_I = 360 - 53,47 = 306,53^\circ$.

Радијус вектора масе m_{II} по осама " y_{II} " и " z_{II} " су

$$y_{II} = r_{II} \cdot \sin \varphi_{II} = 80 \cdot \sin 306,53^\circ = 80 \cdot (-0,803) = -64,28 \text{ mm}$$

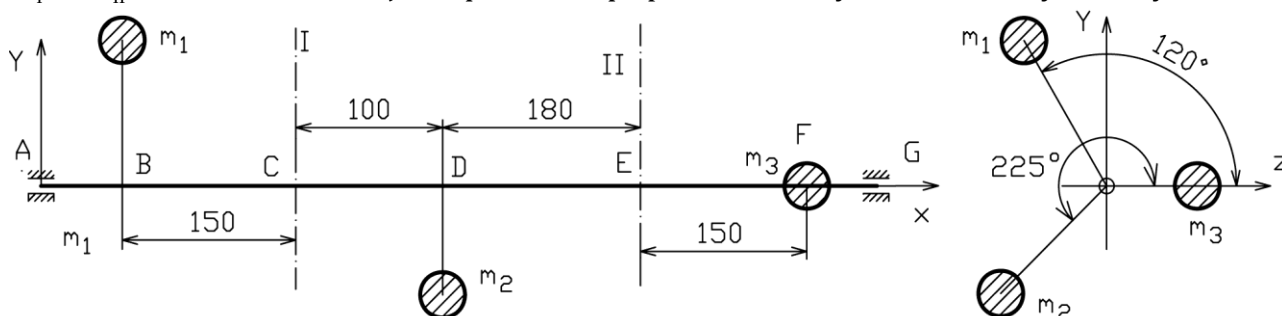
$$z_{II} = r_{II} \cdot \cos \varphi_{II} = 80 \cdot \cos 306,53^\circ = 80 \cdot 0,595 = 47,62 \text{ mm}$$

Из једначина следи да је $m_{II} \cdot z_{II} = 9,267 \text{ kgmm}$, одакле је

$$m_I = \frac{9,267 \text{ kgmm}}{47,62 \text{ mm}} = 0,195 \text{ kg}$$

Задатак 7.4.

Динамички уравнотежити масе ротора у две корекционе равни I и II. Неуравнотежене масе су: $m_1 = 0,12 \text{ kg}$, $m_2 = 0,4 \text{ kg}$ и $m_3 = 0,6 \text{ kg}$. Радијуси на којима се налазе неуравнотежене масе су: $r_1 = 80 \text{ mm}$, $r_2 = 120 \text{ mm}$ и $r_3 = 55 \text{ mm}$. Радијуси маса којима се уравнотежује ротор је $r_I = r_{II} = 110 \text{ mm}$. Одредити корекционе масе m_I и m_{II} и њихове положаје. Користити графоаналитичку и аналитичку методу.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

На основу прве једначине равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули:

$$\vec{F}_{iR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + m_I \cdot \vec{r}_I + m_{II} \cdot \vec{r}_{II}, \text{ може се означити са}$$

$$\vec{U}_1 = m_1 \cdot \vec{r}_1, \vec{U}_2 = m_2 \cdot \vec{r}_2 \text{ итд. Где је облик једначине}$$

$$F_{iR} = \sum \vec{U}_i = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 + \vec{U}_I + \vec{U}_{II} = \vec{0}.$$

Интензитети вектора U су:

$$U_1 = m_1 \cdot r_1 = 0,12 \cdot 80 = 9,6 \text{ kgmm},$$

$$U_2 = m_2 \cdot r_2 = 0,4 \cdot 120 = 48 \text{ kgmm},$$

$$U_3 = m_3 \cdot r_3 = 0,6 \cdot 55 = 33 \text{ kgmm},$$

$$U_I = m_I \cdot r_I = m_I \cdot 110 \text{ mm},$$

$$U_{II} = m_{II} \cdot 110 \text{ mm}.$$

Непознате су две величине ($\vec{U}_I$ и $\vec{U}_{II}$) те користимо други услов равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за било коју тачку (тачку С на равни I) једнак нули, те је:

$$\sum \vec{M}_{i(I)} = m_1 (\vec{L}_1 \times \vec{r}_1) + m_2 (\vec{L}_2 \times \vec{r}_2) + m_3 (\vec{L}_3 \times \vec{r}_3) + m_{II} (\vec{L}_{II} \times \vec{r}_{II}) = 0$$

Чланови ове једначине су вектори који се ротацијом доводе у правац радијуса вектора појединих неуравнотежених маса.

$$\sum \vec{M}_{i(I)} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_{II} = 0$$

Одреде се интензитети вектора $\vec{V}$, те је

$$V_1 = m_1 \cdot r_1 \cdot L_1 = 0,12 \cdot 80 \cdot 150 = 1440 \text{ kgmm}^2,$$

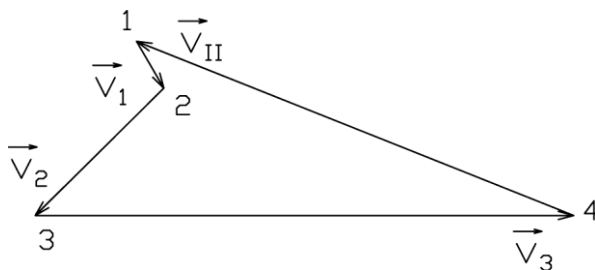
$$V_2 = m_2 \cdot r_2 \cdot L_2 = 0,4 \cdot 120 \cdot 100 = 4800 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_3 = m_3 \cdot r_3 \cdot L_3 = 0,6 \cdot 55 \cdot 430 = 14190 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_{II} = m_{II} \cdot r_{II} \cdot L_{II} = m_{II} \cdot 110 \cdot 280 = m_{II} \cdot 30800 \text{ mm}^2.$$

Како у једначини има само једна непозната величина ($\vec{V}_{II}$) нацртамо затворени полигон ових вектора са усвојеном размером $U_V = \frac{1000 \text{ kgmm}^2}{5 \text{ mm}}$.

Пошто је једначина за други услов равнотеже постављена за корекциону равн I (за тачку C, $\sum M_{i(C)}$) тада ће момент инерцијалних сила са леве стране од корекционе равни I бити са негативним предзнаком, а са десне са позитивним или обрнуто. Вектори $\vec{V}$ са позитивним предзнаком цртају се у смеру радијус вектора те масе, а са негативним у супротном смеру од радијус вектора те масе. У овом примеру усвојено је да моменти инерцијалних сила са леве стране од корекционе равни I са негативним предзнаком, те се вектор $\vec{V}_1$ црта у супротном смеру радијус вектора $\vec{r}_1$, а остали вектори $\vec{V}_2$ и $\vec{V}_3$ су позитивног смера те се цртају у правцу њихових радијус вектора.



Из затвореног полигона вектора $\vec{V}$ добија се да је:

$$V_{II} = m_{II} \cdot 30800 \text{ mm}^2 = \overline{41} \cdot U_V = 62 \text{ mm} \cdot \frac{1000 \text{ kgmm}^2}{5 \text{ mm}} = 12400 \text{ kgmm}^2, \text{ одакле је}$$

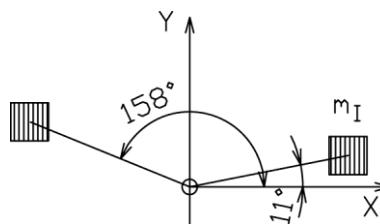
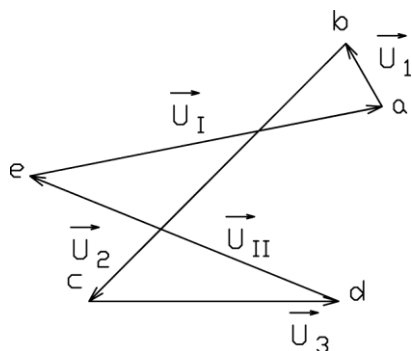
$$m_{II} = \frac{12400}{30800} = 0,40 \text{ kg}.$$

Након познате масе m_{II} може се одредити интензитет вектора $U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 0,40 \cdot 110 = 44 \text{ kgmm}$ и нацртати затворени полигон вектора $\vec{U}$ са усвојеном размером $U_U = \frac{10 \text{ kgmm}}{10 \text{ mm}}$. Из полигона вектора $\vec{U}$ добија се да је

$$U_I = \overline{ea} \cdot U_U = 48 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ kgmm}}{10 \text{ mm}} = 48 \text{ kgmm} = m_I \cdot 110 \text{ mm}$$

$$\text{одакле је } m_I = \frac{48 \text{ kgmm}}{110 \text{ mm}} = 0,43 \text{ kg}$$

Вредности углова положаја корекционих маса добијају се мерењем и износе $\varphi_I = 11^\circ$ и $\varphi_{II} = 158^\circ$.



Решење задатка-Аналитичка метода

Uslovi ravnoteže su:

$$\vec{F}_{IR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$$

$$\vec{M}_{IR} = \sum m_i (\vec{L}_i \times \vec{r}_i) = 0$$

Из другог услова равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за тачку Е на корекционој равни II једнак нули имамо развијени облик:

$$-m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II} + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 = 0$$

$$-m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_{II} \cdot L_{II} \cdot z_{II} + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 = 0$$

Компоненте радијус вектора маса по осама „ y_i “ и „ z_i “ су:

$$y_1 = r_1 \cdot \sin 120^\circ = 80 \text{ mm} \cdot 0,866 = 69,28 \text{ mm},$$

$$y_2 = r_2 \cdot \sin 225^\circ = 120 \text{ mm} \cdot (-0,707) = -84,85 \text{ mm},$$

$$y_3 = r_3 \cdot \sin 0^\circ = 55 \text{ mm} \cdot 0 = 0 \text{ mm},$$

$$z_1 = r_1 \cdot \cos 120^\circ = 80 \cdot (-0,5) = -40 \text{ mm},$$

$$z_2 = r_2 \cdot \cos 225^\circ = 120 \text{ mm} \cdot (-0,707) = -84,85 \text{ mm},$$

$$z_3 = r_3 \cdot \cos 0^\circ = 55 \text{ mm} \cdot 0 = 55 \text{ mm}.$$

Угао радијус вектора корекционе масе II:

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{Y_{II}}{Z_{II}} = \frac{m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II}}{m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot z_3},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{0,12 \cdot 150 \cdot 69,28 - 0,4 \cdot 100 \cdot (-84,85) - 0,6 \cdot 430 \cdot 0}{0,12 \cdot 150 \cdot (-40) - 0,4 \cdot 100 \cdot (-84,85) - 0,6 \cdot 430 \cdot 55},$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{1247,04 + 3433,6 + 0}{-720 + 3433,6 - 14190} = \frac{4680,64}{-11476,4} = -0,408,$$

одакле је $\varphi_{II} = -22,18^\circ \Rightarrow \varphi_I = 180^\circ - 22,18^\circ = 157,82^\circ$.

Следи да је

$$m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II} = 4680,64 \text{ kgmm}^2,$$

$$m_{II} \cdot 280 \text{ mm} \cdot 41,52 \text{ mm} = 4680,64 \text{ kgmm}^2,$$

$$m_{II} = \frac{4680,64 \text{ kgmm}^2}{280 \text{ mm} \cdot 41,52 \text{ mm}} = 0,4 \text{ kg},$$

$$y_{II} = r_{II} \cdot \sin 157,82^\circ = 110 \text{ mm} \cdot 0,377 = 41,52 \text{ mm},$$

$$z_{II} = r_{II} \cdot \cos 157,82^\circ = 110 \text{ mm} \cdot (-0,926) = -101,86 \text{ mm}.$$

Скаларни облик првог услова равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули

($\vec{F}_{IR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$) је:

$$Y_{IR} = \sum m_i \cdot y_i = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_I \cdot y_I + m_{II} \cdot y_{II} = 0,$$

$$Z_{IR} = \sum m_i \cdot z_i = m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + m_I \cdot z_I + m_{II} \cdot z_{II} = 0.$$

Угао радијус вектора корекционе масе I:

$$\operatorname{tg} \varphi_I = \frac{Y_I}{Z_I} = \frac{m_I \cdot y_I}{m_I \cdot z_I}$$

Из ове једначине имамо да је:

$$\begin{aligned} m_I \cdot y_I &= -m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3 - m_{II} \cdot y_{II} = \\ &= -0,4 \cdot 41,52 - 0,12 \cdot 69,28 - 0,4 \cdot (-84,85) - 0,6 \cdot 0 = 9,022 \text{ kgmm}. \end{aligned}$$

Из претходне једначине имамо да је:

$$\begin{aligned} m_I \cdot z_I &= -m_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot z_3 - m_{II} \cdot z_{II} = \\ &= -0,4 \cdot (-101,86) - 0,12 \cdot (-40) - 0,4 \cdot (-84,85) - 0,6 \cdot 55 = 46,48 \text{ kgmm} \end{aligned}$$

Следи да је:

$$\operatorname{tg} \varphi_I = \frac{Y_I}{Z_I} = \frac{m_I \cdot y_I}{m_I \cdot z_I} = \frac{9,022 \text{ kgmm}}{46,48 \text{ kgmm}} = 0,194, \text{ одакле је}$$

$\varphi_I = 10,98^\circ$. Укупна вредност угла φ_I према предзнацима Y_I и Z_I је $10,98^\circ$,

Радијус вектора масе m_{II} по осама "y" и "z" су

$$y_{II} = r_{II} \cdot \sin \varphi_{II} = 110 \cdot \sin 10,98^\circ = 110 \cdot 0,19 = 20,95 \text{ mm},$$

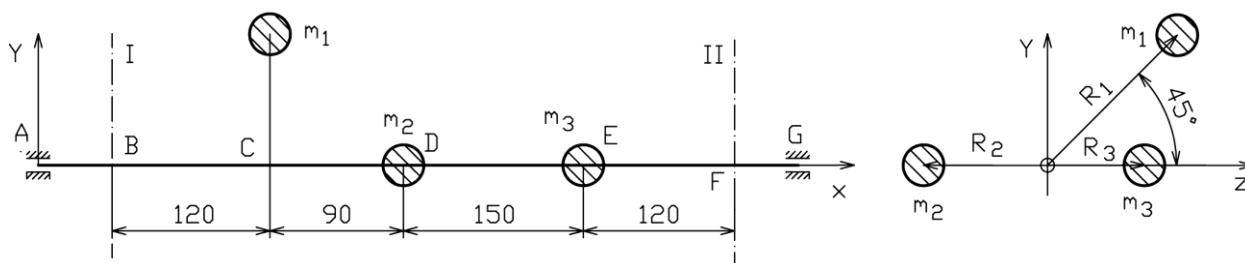
$$z_{II} = r_{II} \cdot \cos \varphi_{II} = 110 \cdot \cos 10,98^\circ = 110 \cdot 0,98 = 107,98 \text{ mm}.$$

Из једначина следи да је $m_{II} \cdot z_{II} = 9,267 \text{ kgmm}$, одакле је

$$m_I = \frac{9,022 \text{ kgmm}}{20,96 \text{ mm}} = 0,43 \text{ kg}.$$

Задатак 7.5.

Динамички уравнотежити неуравнотежене масе ротора у две корекционе равни I и II. Неуравнотежене масе су: $m_1 = 0,25 \text{ kg}$, $m_2 = 0,33 \text{ kg}$, $m_3 = 0,45 \text{ kg}$. Радијуси на којима се налазе неуравнотежене масе су: $r_1 = 50 \text{ mm}$, $r_2 = 65 \text{ mm}$ и $r_3 = 75 \text{ mm}$. Радијус масе m_1 којом се уравнотежује ротор је $r_I = 75 \text{ mm}$, а маса на II корекционој равни је $m_{II} = 0,18 \text{ kg}$. Одредити корекциону масу m_I и радијус друге корекционе равни r_{II} и њихове положаје.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

Uslovi ravnoteže su:

$$\vec{F}_{IR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$$

$$\vec{M}_{IR} = \sum m_i (\vec{L}_i \times \vec{r}_i) = 0$$

На основу прве једначина равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули имамо:

$$\vec{F}_{IR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + m_I \cdot \vec{r}_I + m_{II} \cdot \vec{r}_{II} = 0$$

Чланови из ове једначине су вектори у правцу и смеру радијус вектора појединих маса. Ако се означи са: $\vec{U}_1 = m_1 \cdot \vec{r}_1$, $\vec{U}_2 = m_2 \cdot \vec{r}_2$ итд. облик једначине је:

$$\vec{F}_{IR} = \sum \vec{U}_i = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 + \vec{U}_I + \vec{U}_{II} = 0$$

Интензитети вектора U су:

$$U_1 = m_1 \cdot r_1 = 0,25 \cdot 50 = 12,5 \text{ kgmm},$$

$$U_2 = m_2 \cdot r_2 = 0,33 \cdot 65 = 21,45 \text{ kgmm},$$

$$U_3 = m_3 \cdot r_3 = 0,45 \cdot 75 = 33,75 \text{ kgmm},$$

$$U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 0,18 \text{ kg} \cdot r_{II},$$

$$U_I = m_I \cdot r_I = 75 \text{ mm} \cdot m_I.$$

У случају услова равнотеже сила непознате су две величине ($\vec{U}_I$ и $\vec{U}_{II}$) те користимо други услов равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за било коју тачку (усвајамо за раван I), тј. за тачки В једнак нули, те је:

$$\sum \vec{M}_{i(I)} = m_1 (\vec{L}_1 \times \vec{r}_1) + m_2 (\vec{L}_2 \times \vec{r}_2) + m_3 (\vec{L}_3 \times \vec{r}_3) + m_{II} (\vec{L}_{II} \times \vec{r}_{II}) = 0$$

где су: $\vec{L}_1, \vec{L}_2, \dots$ (mm) – растојања појединих неуравнотежених маса од корекционе равни I за коју се писао други услов равнотеже.

Чланови ове једначине су вектори који се ротацијом доводе у правац радијус вектора појединих неуравнотежених маса.

$$\sum \vec{M}_{i(I)} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_{II} = 0$$

Одреди се интензитети вектора $\vec{V}$, те је

$$V_1 = m_1 \cdot r_1 \cdot L_1 = 0,25 \cdot 50 \cdot 120 = 1500 \text{ kgmm}^2,$$

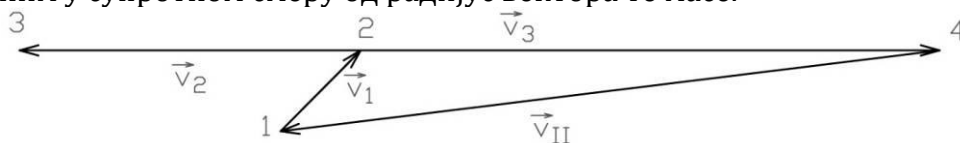
$$V_2 = m_2 \cdot r_2 \cdot L_2 = 0,33 \cdot 65 \cdot 210 = 4504,5 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_3 = m_3 \cdot r_3 \cdot L_3 = 0,45 \cdot 75 \cdot 360 = 12150 \text{ kgmm}^2,$$

$$V_{II} = m_{II} \cdot r_{II} \cdot L_{II} = 0,18 \cdot 480 \cdot r_{II} = r_{II} \cdot 86,4 \text{ mm}^2.$$

Како у једначини има само једна непозната величина ($\vec{V}_{II}$) нацртамо затворени полигон ових вектора са усвојеном размером $U_V = \frac{100 \text{ kgmm}^2}{1 \text{ mm}}$.

Пошто је једначина за други услов равнотеже постављена за корекциону раван I (за тачку В, $\sum \vec{M}_{i(I)}$) тада ће момент маса са леве стране од корекционе равни I бити са негативним предзнаком, а са десне са позитивним или обрнуто. Вектори $\vec{V}$ са позитивним предзнаком цртају се у смеру радијус вектора те масе, а са негативним у супротном смеру од радијус вектора те масе.



Из затвореног полигона вектора $\vec{V}$ добија се да је:

$$V_{II} = r_{II} \cdot 86,4 \text{ kgmm} = \overline{41} \cdot U_V = 87,7 \text{ mm} \cdot \frac{100 \text{ kgmm}^2}{1 \text{ mm}} = 8770 \text{ kgmm}^2$$

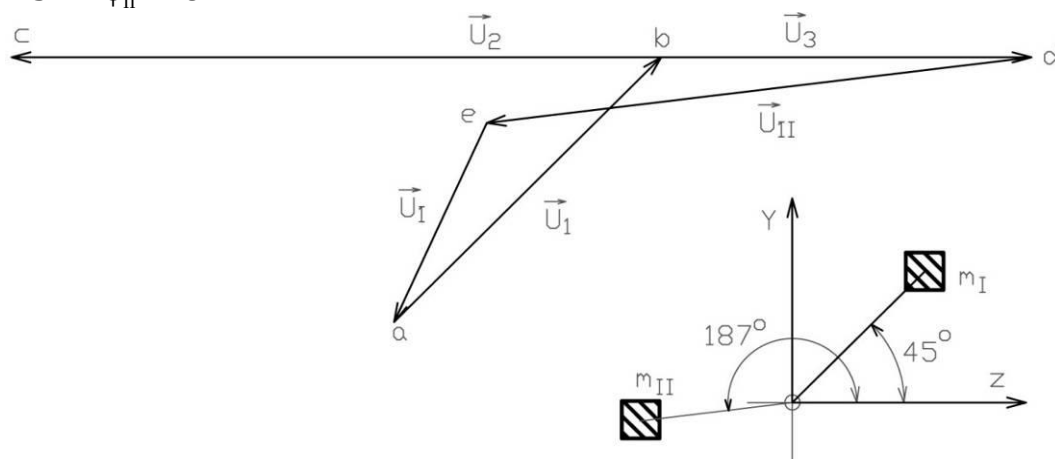
$$\text{одакле је } r_{II} = \frac{8770 \text{ kgmm}^2}{86,4 \text{ mm}^2} = 101,5 \text{ mm}.$$

Након познатог полупречника r_{II} може се одредити интензитет вектора $U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 0,18 \cdot 101,5 = 18,27 \text{ kgmm}$ и нацртати затворени полигон вектора $\vec{U}$ са усвојеном размером $U_U = \frac{10 \text{ kgmm}}{40 \text{ mm}}$. Из полигона вектора $\vec{U}$ добија се да је

$$U_I = \overline{ea} \cdot U_U = 29,25 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ kgmm}}{40 \text{ mm}} = 7,31 \text{ kgmm} = m_I \cdot 75 \text{ mm}, \text{ одакле је}$$

$$m_I = \frac{7,31 \text{ kgmm}}{75 \text{ mm}} = 0,097 \text{ kg}.$$

Вредности углова положаја корекционих маса добијају се мерењем и износе $\varphi_I = 245^\circ$ и $\varphi_{II} = 187^\circ$.



Решење задатка-Аналитичка метода

Из другог услова равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за корекциону раван II једнак нули имамо да је:

$$\sum \vec{M}_{i(I)} = \omega^2 \sum m_i \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ L_i & 0 & 0 \\ 0 & y_i & z_i \end{vmatrix} = 0$$

$$\sum \vec{M}_{i(I)} = \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot y_i \cdot \vec{k} - \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot z_i \cdot \vec{j} = 0$$

С обзиром да је $\omega \neq 0$, следи да је $\sum m_i \cdot L_i \cdot y_i = 0$ и $\sum m_i \cdot L_i \cdot z_i = 0$, а у развијеном облику је:

$$m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 + m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II} = 0,$$

$$m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 + m_{II} \cdot L_{II} \cdot z_{II} = 0.$$

Пројекције радијус вектора маса по осама "y_i" и "z_i" су:

$$y_1 = r_1 \cdot \sin 45^\circ = 50 \cdot 0,707 = 35,35 \text{ mm},$$

$$y_2 = r_2 \cdot \sin 180^\circ = 65 \cdot 0 = 0 \text{ mm},$$

$$y_3 = r_3 \cdot \sin 0^\circ = 75 \cdot \sin 0^\circ = 0 \text{ mm},$$

$$z_1 = r_1 \cdot \cos 45^\circ = 50 \cdot 0,707 = 35,35 \text{ mm},$$

$$z_2 = r_2 \cdot \cos 180^\circ = 65 \cdot (-1) = -65 \text{ mm},$$

$$z_3 = r_3 \cdot \cos 0^\circ = 75 \cdot \cos 0^\circ = 75 \cdot 1 = 75 \text{ mm}.$$

Угао радијус вектора корекционе масе I:

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{Y_{II}}{Z_{II}} = \frac{m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II}}{m_{II} \cdot L_{II} \cdot z_{II}} = \frac{-m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot y_3}{-m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot L_3 \cdot z_3}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{-0,25 \cdot 360 \cdot 35,35 - 0,33 \cdot 210 \cdot 0 - 0,45 \cdot 360 \cdot 0}{-0,25 \cdot 120 \cdot 35,35 - 0,33 \cdot 210 \cdot (-65) - 0,45 \cdot 360 \cdot 75} = \frac{-1060,5}{-8706} = 0,12,$$

одакле је $\varphi_{II} = 6,9^\circ$. Укупна вредност угла φ_{II} према предзнацима Y_{II} и Z_{II} је $\varphi_{II} = 180^\circ + 6,9^\circ = 186,9^\circ$.

Радијус вектора масе m_{II} по осама y_{II} и z_{II} су

$Y_{II} = m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II} = -1060,5 = 0,18 \text{ kg} \cdot 480 \cdot y_{II}$, одакле је

$$y_{II} = -12,27 \text{ mm},$$

$$m_{II} \cdot L_{II} \cdot y_{II} = -1060,5,$$

$$y_{II} = r_{II} \cdot \sin \varphi_{II}$$

$$r_{II} = \frac{-12,27 \text{ mm}}{-0,12} = 102,25 \text{ mm},$$

$$z_{II} = r_{II} \cdot \cos \varphi_{II} = 102,25 \cdot \cos 186,9^\circ = -101,5 \text{ mm}.$$

Скаларни облик првог услова равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули је:

$$Y_{IR} = \sum m_i \cdot y_i = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_I \cdot y_I + m_{II} \cdot y_{II} = 0$$

$$Z_{IR} = \sum m_i \cdot z_i = m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + m_I \cdot z_I + m_{II} \cdot z_{II} = 0$$

Угао радијус вектора корекционе масе II:

$$\operatorname{tg} \varphi_I = \frac{Y_I}{Z_I} = \frac{m_I \cdot y_I}{m_I \cdot z_I}.$$

Из почетне једначине имамо да је:

$$m_I \cdot y_I = -m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3 - m_{II} \cdot y_{II} =$$

$$= -0,25 \cdot 35,35 - 0,33 \cdot 0 - 0,45 \cdot 0 - 0,18 \cdot (-12,27)$$

$$m_I \cdot y_I = -6,63 \text{ kgmm}.$$

Следи да је:

$$m_I \cdot z_I = -m_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot z_3 - m_{II} \cdot z_{II} =$$

$$-0,25 \cdot 35,35 - 0,33 \cdot (-65) - 0,45 \cdot 75 - 0,18 \cdot (-101,5) =$$

$$-8,84 + 21,45 - 33,75 + 18,13 = -3,003 \text{ mm}.$$

Следи да је:

$$\operatorname{tg} \varphi_I = \frac{Y_I}{Z_I} = \frac{m_I \cdot y_I}{m_I \cdot z_I} = \frac{-6,63}{-3,003} = 2,21, \text{ одакле је}$$

Укупна вредност угла $\varphi_I = 65,62^\circ$ према предзнацима Z_I и Y_I је

$$\varphi_I = 180^\circ + 65,62^\circ = 245,62^\circ.$$

Радијус вектора масе m_I по осама z_I и y_I су

$$y_I = r_I \cdot \cos 245,62^\circ = 75 \cdot (-0,91) = -68,25 \text{ mm}$$

$$y_I \cdot m_I = -6,63$$

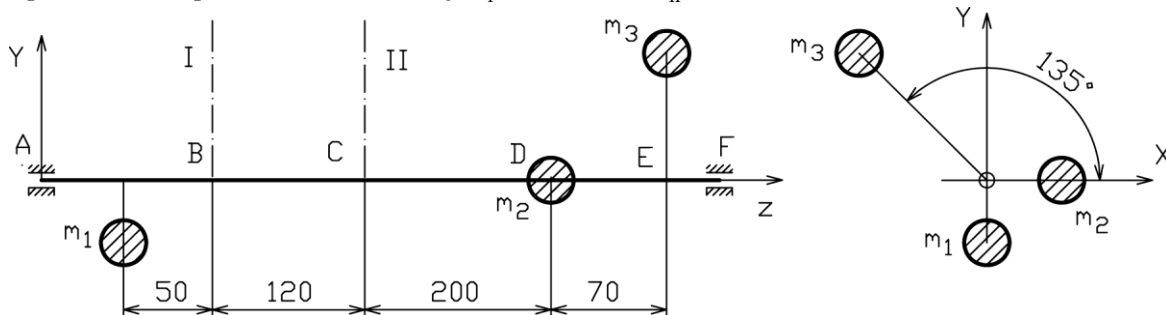
$$y_I = r_I \cdot \cos 245,62^\circ = 75 \cdot (-0,91) = -68,25 \text{ mm}$$

$$y_I \cdot m_I = -6,63 \Rightarrow m_I = \frac{-6,63 \text{ kgmm}}{-68,25 \text{ mm}} = 0,097 \text{ kg}$$

$$z_I = r_I \cdot \cos \varphi_I = 75 \cdot \cos 245,62^\circ = -30,95 \text{ mm}$$

Задатак 7.6.

Динамички уравнотежити неуравнотежене масе ротора у две корекционе равни I и II. Неуравнотежене масе су: $m_1 = 0,6 \text{ kg}$, $m_2 = 0,2 \text{ kg}$ и $m_3 = 0,1 \text{ kg}$. Пречници на којима се налазе неуравнотежене масе су: $r_1 = 18 \text{ mm}$, $r_2 = 25 \text{ mm}$ и $r_3 = 20 \text{ mm}$. Пречници корекционих маса су $r_I = 13 \text{ mm}$ и $r_{II} = 30 \text{ mm}$.



Решење задатка-Графоаналитичка метода

Услови равнотеже су:

$$\vec{F}_{IR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0$$

$$\vec{M}_{IR} = \sum m_i (\vec{L}_i \times \vec{r}_i) = 0$$

На основу прве једначина равнотеже имамо да је збир свих инерцијалних сила једнак нули:

$$\vec{F}_{IR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + m_I \cdot \vec{r}_I + m_{II} \cdot \vec{r}_{II} = 0$$

Чланови из Једначине (3) су вектори у правцу и смеру радијус вектора појединих маса. Ако се означи са: $\vec{U}_1 = m_1 \cdot \vec{r}_1$, $\vec{U}_2 = m_2 \cdot \vec{r}_2$ итд. облик једначине је:

$$\vec{F}_{IR} = \sum \vec{U}_i = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 + \vec{U}_I + \vec{U}_{II} = 0$$

Интензитети вектора U су:

$$U_1 = m_1 \cdot r_1 = 0,6 \cdot 18 = 10,8 \text{ kgmm},$$

$$U_2 = m_2 \cdot r_2 = 0,2 \cdot 25 = 5 \text{ kgmm},$$

$$U_3 = m_3 \cdot r_3 = 0,1 \cdot 20 = 2 \text{ kgmm},$$

$$U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 0,30 \text{ mm} \cdot m_{II},$$

$$U_I = m_I \cdot r_I = 13 \text{ mm} \cdot m_I.$$

У случају услова равнотеже сила непознате су две величине ($\vec{U}_I$ и $\vec{U}_{II}$) те користимо други услов равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за било коју тачку (узимамо тачку B) једнак нули, те је:

$$\sum \vec{M}_{i(B)} = m_1 (\vec{L}_1 \times \vec{r}_1) + m_2 (\vec{L}_2 \times \vec{r}_2) + m_3 (\vec{L}_3 \times \vec{r}_3) + m_I (\vec{L}_I \times \vec{r}_I) = 0$$

Чланови ове једначине су вектори који се ротацијом доводе у правац радијус вектора појединих неуравнотежених маса.

Одреде се интензитети вектора $\vec{V}$, те је

$$V_1 = m_1 \cdot r_1 \cdot L_1 = 0,6 \cdot 18 \cdot 50 = 540 \text{ kgmm}^2$$

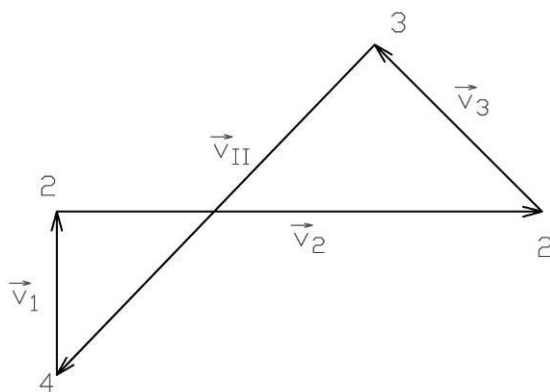
$$V_2 = m_2 \cdot r_2 \cdot L_2 = 0,2 \cdot 25 \cdot 320 = 1600 \text{ kgmm}^2$$

$$V_3 = m_3 \cdot r_3 \cdot L_3 = 0,1 \cdot 20 \cdot 390 = 780 \text{ kgmm}^2$$

$$V_{II} = m_{II} \cdot r_{II} \cdot L_{II} = 30 \cdot 120 \cdot m_{II} = m_{II} \cdot 3600 \text{ mm}^2$$

Како у једначини има само једна непозната величина ($\vec{V}_{II}$) нацртамо затворени полигон ових вектора са усвојеном размером $U_V = \frac{100 \text{ kgmm}^2}{4 \text{ mm}}$.

Пошто је једначина за други услов равнотеже постављена за корекциону равни I (за тачку B) тада ће момент маса са леве стране од корекционе равни I бити са негативним предзнаком, а са десне са позитивним или обрнуто. Вектори $\vec{V}$ са позитивним предзнаком цртају се у смеру радијус вектора те масе, а са негативним у супротном смеру од радијус вектора те масе. У овом примеру усвојено је да моменти маса са леве стране од корекционе равни I буду са негативним предзнаком, а остали вектори су позитивног смера те се цртају у правцу њихових радијус вектора.



Из затвореног полигона вектора $\vec{V}$ добија се да је:

$$V_{II} = m_{II} \cdot 3600 \text{ kgmm} = \overline{41} \cdot U_V = 60,54 \text{ mm} \cdot \frac{100 \text{ kgmm}^2}{4 \text{ mm}} = 1513,5 \text{ kgmm}^2$$

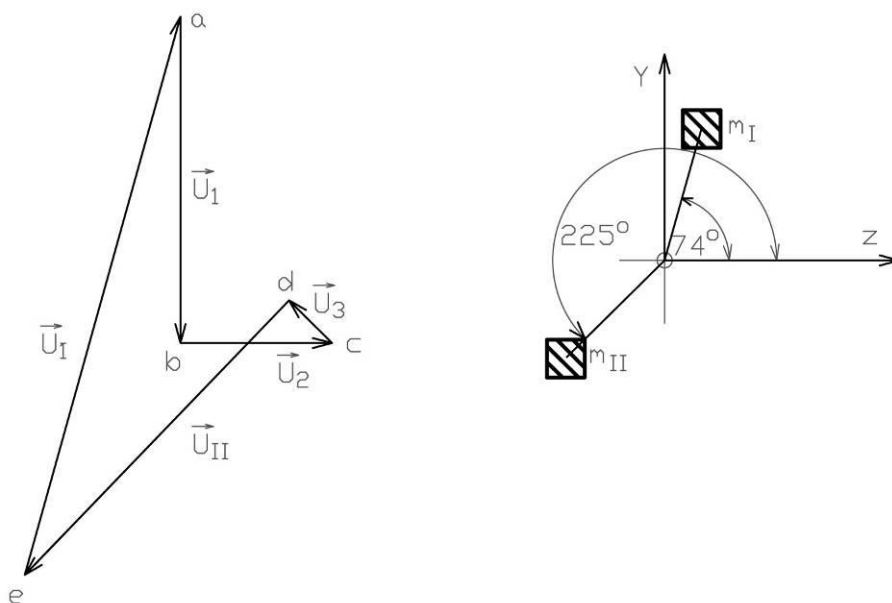
$$\text{одакле је } m_{II} = \frac{1513,5 \text{ kgmm}^2}{3600 \text{ mm}^2} = 0,42 \text{ kg}.$$

Након одређивања масе контратега m_{II} може се одредити интензитет вектора $U_{II} = m_{II} \cdot r_{II} = 0,42 \cdot 30 = 12,6 \text{ kgmm}$ и нацртати затворени полигон вектора $\vec{U}$ са усвојеном размером $U_U = \frac{10 \text{ kgmm}}{40 \text{ mm}}$. Из полигона вектора $\vec{U}$ добија се да је

$$U_I = \overline{ea} \cdot U_U = 76,7 \text{ mm} \cdot \frac{10 \text{ kgmm}}{40 \text{ mm}} = 19,17 \text{ kgmm} = m_I \cdot 13 \text{ mm}, \text{ одакле је}$$

$$m_I = \frac{19,17 \text{ kgmm}}{13 \text{ mm}} = 1,47 \text{ kg}.$$

Вредности углова положаја корекционих маса добијају се мерењем и износе $\varphi_I = 74^\circ$ и $\varphi_{II} = 225^\circ$.



Решење задатка-Аналитичка метода

Из другог услова равнотеже да је збир момената свих инерцијалних сила за тачку на корекционој равни II једнак нули имамо да је:

$$\sum \vec{M}_{i(II)} = \omega^2 \sum m_i \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ L_i & 0 & 0 \\ 0 & y_i & z_i \end{vmatrix} = 0$$

$$\sum M_{i(II)} = \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot y_i \cdot \vec{k} - \omega^2 \sum m_i \cdot L_i \cdot z_i \cdot \vec{j} = 0$$

У развијеном облику је:

$$m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3 + m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 = 0,$$

$$m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3 + m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 = 0$$

Компоненте радијус вектора маса по осама " y_i " и " z_i " су:

$$y_1 = r_1 \cdot \sin 270^\circ = 18 \text{ mm} \cdot (-1) = -18 \text{ mm},$$

$$y_2 = r_2 \cdot \sin 0^\circ = 25 \text{ mm} \cdot 0 = 0 \text{ mm},$$

$$y_3 = r_3 \cdot \sin 135^\circ = 20 \text{ mm} \cdot 0,707 = 14,14 \text{ mm},$$

$$z_1 = r_1 \cdot \cos 270^\circ = 18 \cdot 0 = 0 \text{ mm},$$

$$z_2 = r_2 \cdot \cos 0^\circ = 25 \text{ mm} \cdot 1 = 25 \text{ mm},$$

$$z_3 = r_3 \cdot \cos 135^\circ = 20 \text{ mm} \cdot (-0,707) = -14,14 \text{ mm}.$$

Угао радијус вектора корекционе масе I:

$$\text{tg} \varphi_1 = \frac{Y_1}{Z_1} = \frac{m_1 \cdot L_1 \cdot y_1}{m_1 \cdot L_1 \cdot z_1} = \frac{-m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3}{-m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3},$$

јер је из једначине $m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 = -m_1 \cdot L_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot y_3$, а из једначине је

$$m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 = -m_1 \cdot L_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot L_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot L_3 \cdot z_3,$$

$$\text{tg} \varphi_1 = \frac{-0,6 \cdot 170 \cdot (-18) + 0,2 \cdot 200 \cdot 0 + 0,1 \cdot 270 \cdot 14,14}{-0,6 \cdot 170 \cdot 0 + 0,2 \cdot 200 \cdot 25 + 0,1 \cdot 270 \cdot (-14,14)} = 3,58.$$

одакле је $\varphi_1 = 74,42^\circ$.

Радијус вектора масе ми по осама " y_1 " и " z_1 " су

$$y_I = r_I \cdot \sin \varphi_I = 13 \cdot \sin 74,42^\circ = 12,52 \text{ mm},$$

$$z_I = r_I \cdot \cos \varphi_I = 13 \cdot \cos 74,42^\circ = 3,49 \text{ mm}.$$

Из претходних једначина следи да је

$$Y_I = m_I \cdot L_I \cdot y_I = 2217,78 = m_I \cdot 120 \cdot 12,52, \text{ одакле је}$$

$$m_I = \frac{2217,78}{120 \cdot 12,52} = 1,47 \text{ kg}.$$

Скаларни облик првог услова равнотеже да је збир свих инерцијалних сила једнак нули

$$(\vec{F}_{IR} = \sum m_i \cdot \vec{r}_i = 0) \text{ је:}$$

$$Y_{IR} = \sum m_i \cdot y_i = m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + m_I \cdot y_I + m_{II} \cdot y_{II} = 0$$

$$Z_{IR} = \sum m_i \cdot z_i = m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + m_I \cdot z_I + m_{II} \cdot z_{II} = 0$$

Угао радијус вектора корекционе масе II:

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{Y_{II}}{Z_{II}} = \frac{m_{II} \cdot y_{II}}{m_{II} \cdot z_{II}}$$

Следи да је:

$$\begin{aligned} m_{II} \cdot y_{II} &= -m_1 \cdot y_1 - m_2 \cdot y_2 - m_3 \cdot y_3 - m_I \cdot y_I = \\ &= -0,6 \cdot (-18) - 0,2 \cdot 0 - 0,1 \cdot 14,14 - 1,47 \cdot 12,52 = -9,01 \end{aligned}$$

Следи да је:

$$\begin{aligned} m_{II} \cdot z_{II} &= -m_1 \cdot z_1 - m_2 \cdot z_2 - m_3 \cdot z_3 - m_I \cdot z_I = \\ &= -0,6 \cdot 0 - 0,2 \cdot 25 - 0,1 \cdot (-14,14) - 1,47 \cdot 3,49 = -8,71 \end{aligned}$$

Из једначине следи да је:

$$\operatorname{tg} \varphi_{II} = \frac{Y_{II}}{Z_{II}} = \frac{m_{II} \cdot y_{II}}{m_{II} \cdot z_{II}} = \frac{-9,01}{-8,71} = 1,03, \text{ одакле је}$$

$\varphi_{II} = 45,96^\circ$. Укупна вредност угла φ_{II} према предзнацима Y_{II} и Z_{II} је

$$\varphi_I = 180^\circ + 45,96^\circ = 225,96^\circ$$

Радијус вектора масе m_{II} по осама " y_{II} " и " z_{II} " су

$$y_{II} = r_{II} \cdot \sin \varphi_{II} = 30 \cdot \sin 225,96^\circ = -21,43 \text{ mm}$$

$$z_{II} = r_{II} \cdot \cos \varphi_{II} = 30 \cdot \cos 225,96^\circ = -20,85 \text{ mm}$$

Следи да је

$$m_{II} \cdot y_{II} = -9,01 \text{ kgmm}, \text{ одакле је}$$

$$m_{II} = \frac{-9,01 \text{ kgmm}}{21,43 \text{ mm}} = 0,42 \text{ kg}.$$

8. Литература

1. <http://web.iitd.ac.in/~hirani/Inventor%20Notes.pdf>
2. Radojka Gligorić. Mehanizmi poljoprivrednih mašina sa rešenim zadacima. Poljoprivredni fakultet Univerzitet u Novom Sadu, 2015.
3. Thom Tremblay. Autodesk Inventor: No experience required, Wiley Publishing, Inc., Indianapolis, Indiana.
4. Артоболевский И. И., Механизмы в современной технике, Наука, Москва, 1975.
5. Артоболевский И. И., Теория механизмов и машин, Наука, Москва, 1973.
6. Ерцеговић Ђ., Раичевић Д.: Механизми пољопривредних машина, Универзитет у Београду, Пољопривредни факултет, Београд, 2003.
7. Живковић Ж.: Теорија машина и механизма, Кинематика: Универзитет у Нишу, Машински факултет, 1992.
8. Злоколица М., Чавић М., Костић М.: Механика машина – збирка решених задатака, Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Нови Сад, 1996.
9. Злоколица М., Чавић М., Костић М.: Механика машина, Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2004.
10. Злоколица М., Чавић М., Костић М.: Одабрани примери из механике машина, Универзитет у Новом Саду, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2004.
11. Костић М., Глигорић Р.: Збирка задатака из механизма пољопривредних машина, Пољопривредни факултет Нови Сад, 2019.